

# TEMA 7

## ANÁLISIS DE VIGAS Y PÓRTICOS CONTÍNUOS

7.1.- INTRODUCCIÓN

7.2.- PRINCIPIO DEL TRABAJO MÍNIMO

-ANÁLISIS DE UNA VIGA

-ANÁLISIS DE UN SEMIPÓRTICO

7.3.- EL MÉTODO DE CROSS

-EJERCICIOS DEL 1 AL 6

-ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN UN FORJADO

7.4.- VARIANTE REDUCIDA DEL MÉTODO DE CROSS

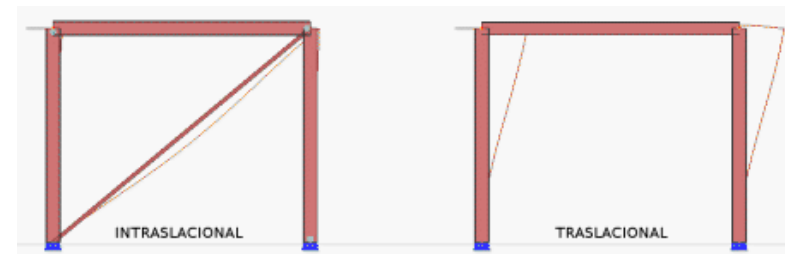
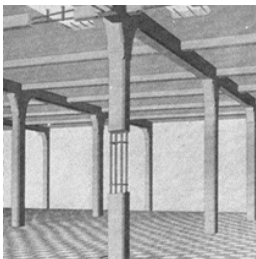
-EJEMPLOS 1 Y 2

7.5.- ANÁLISIS DE SISTEMAS CON DESPLAZAMIENTO

7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

-EJEMEPLS 1 - 7

7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS



## 7.4.- VARIANTE REDUCIDA DEL MÉTODO DE CROSS



Variante reducida del método.

Como se ha indicado con antelación, teniendo en cuenta el tipo de apoyo que podemos encontrar, se afectarán los coeficientes de rigidez de los siguientes factores de conexión:

3/4 si la fijación es una articulación o un apoyo simple.

1 si se trata de un apoyo empotrado.

## 7.4.- VARIANTE REDUCIDA DEL MÉTODO DE CROSS

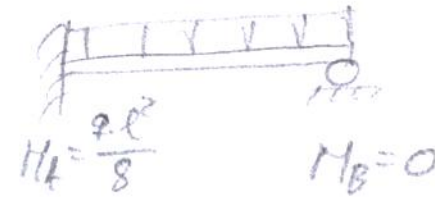
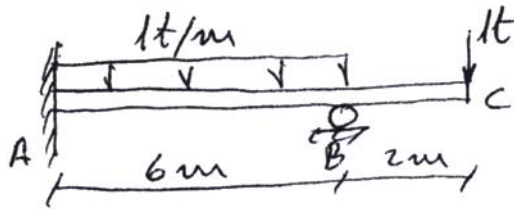
Se define ahora el coeficiente de reparto " $\rho$ " como la fracción donde el numerador es el coeficiente de rigidez " $K$ " del miembro en cuestión afectado por el factor de conexión, y el denominador comprende la suma de los coeficientes de rigidez conexidos de los diversos miembros que concurren en el nudo.

Como resultado, se simplifica el desarrollo del método al considerar los coeficientes de rigidez afectados de factores de conexión. De esta forma, no se crean momentos en los extremos apoyados o articulados, pues ni se fijan, ni se liberan dichos apoyos, por lo que no reciben ni transmiten momento alguno.



## 7.4.- VARIANTE REDUCIDA DEL MÉTODO DE CROSS

### EJEMPLO 1



$$K_{BA} = \frac{3}{4} \frac{I}{l} = \frac{3}{4} \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$$

$$P_{BA} = \frac{1/8}{1/8} = 1$$

$$M_{AB} = \frac{9 \cdot l^2}{8} = 4500 \text{ mKg}$$

$$M_{BC} = 2000 \text{ mKg}$$

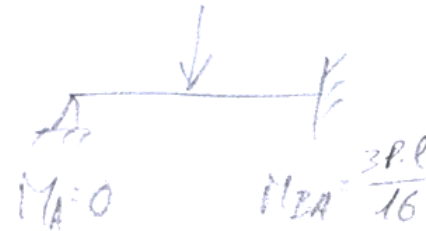
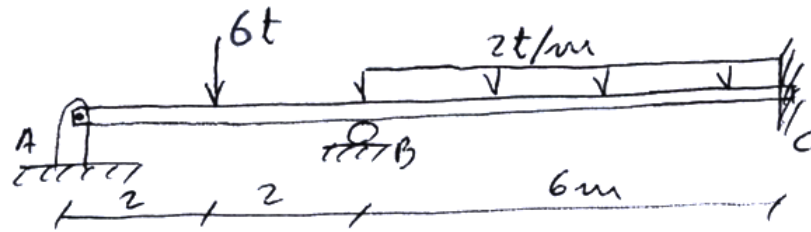
$$M_{BA} = 0$$

	A	BA	BC
P		1	
$M_0$	4500	0	2000
1R		-2000	
1T	-1000		
2R			
	3500	-2000	2000



## 7.4.- VARIANTE REDUCIDA DEL MÉTODO DE CROSS

### EJEMPLO 2



$$K_{BA} = \frac{3}{4} \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \quad K_{BC} = \frac{1}{6}$$

$$P_{BA} = \frac{3/16}{\frac{3}{16} + \frac{1}{6}} = \frac{9}{17} \quad P_{BC} = \frac{1/6}{\frac{1}{6} + \frac{3}{16}} = \frac{8}{17}$$

$$M_A = 0 \quad M_{BA} = -\frac{3P \cdot l}{16} = -4500 \text{ mKg}$$

$$M_{BC} = -M_C = \frac{9 \cdot l^2}{12} = 6000 \text{ mKg}$$

	A	BA	BC	C
P		9/17	8/17	
M <sub>0</sub>	0	-4500	6000	-6000
1R		-794	-706	
1T				-353
2R				
	0	-5294	5294	-6353

## 7.5.- ANÁLISIS DE SISTEMAS CONTINUOS CON DESPLAZAMIENTO

### GIROS Y DESPLAZAMIENTOS EN SISTEMAS CONTINUOS

En determinadas estructuras no es necesario considerar el efecto de los desplazamientos de los nudos, siendo suficiente el cálculo basado en el giro de los mismos. Por ejemplo, muchas estructuras de edificación no están libres, pues los muros de fachada y las tabiquerías forman un armazón de suficiente resistencia para oponerse a los desplazamientos. Además, los refuerzos que toda estructura lleva como arriostramiento hace que los desplazamientos sean despreciables y, como por otra parte, los entramados que componen una estructura se calculan generalmente como sistemas planos, aun siendo las construcciones espaciales, al considerar al entramado en su conjunto, constituido por estructuras planas unidas también por elementos planos que hacen de arriostramiento impidiendo su translación y haciendo aumentar su capacidad de resistencia.

De esta forma, es tradición en las estructuras de edificación, hacer el cálculo considerando los nudos indesplazables mientras no sean muy notables los casos de asimetría de forma y de carga, como se indica más adelante. Igualmente, se consideran los nudos indesplazables, cuando el efecto del viento es despreciable.

Por el contrario, cuando las construcciones no se encuentran amparadas por un rígido armazón interior, es decir, cuando no hay nada que impida que los nudos de una estructura se desplacen, entonces debe estudiarse el efecto de los desplazamientos de los nudos. Estos pueden ser debidos, bien por asimetría de forma o de carga, por un empuje horizontal como la presión de un muro, bien por la acción del viento, bien por variaciones de temperatura, etc. Como consecuencia de estos desplazamientos, se producen momentos adicionales en los nudos, denominados momentos de segundo orden. Estos momentos se calculan y se suman a los anteriores originados por las acciones ordinarias (momentos de primer orden), con el fin de no sobrepasar los esfuerzos admisibles o límite para los que han de ser calculadas las estructuras.

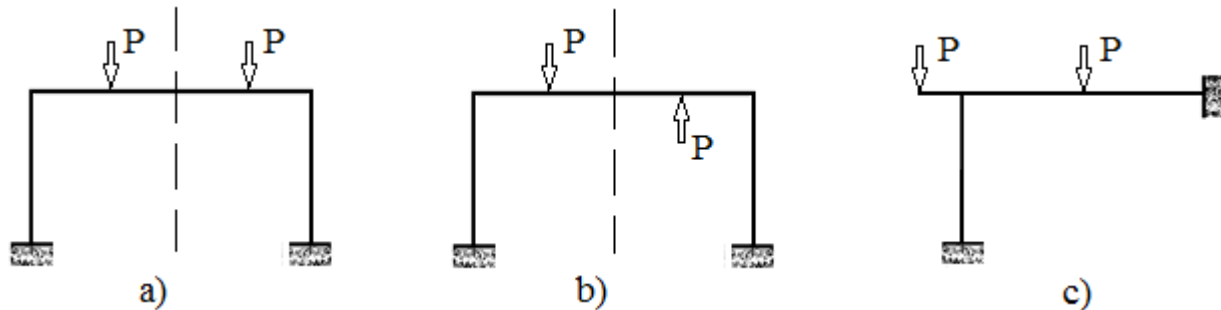
## 7.5.- ANÁLISIS DE SISTEMAS CONTINUOS CON DESPLAZAMIENTO

### GIROS Y DESPLAZAMIENTOS EN SISTEMAS CONTINUOS

Por lo expuesto, podemos generalizar que en la aplicación del método de Cross a las estructuras de edificación, pueden surgir tres situaciones fundamentales:

1º.- Los nudos pueden girar pero no desplazarse.

Este caso se presenta en estructuras simétricas de forma y carga, y en aquellas en que los enlaces externos no permiten el desplazamiento de los nudos. En general, podemos decir que los nudos no sufren desplazamiento cuando  $\sum F_h = 0$ , es decir, cuando la suma de las acciones horizontales producidas por las cargas en cualquier plano horizontal de la estructura sea igual a cero.



Así, para las figuras representadas podemos decir que no hay desplazamiento en los nudos por,

- a) existe simetría de forma y de carga
- b) existe simetría de forma y antisimetría de carga
- c) existe enlace horizontal de sujeción

## 7.5.- ANÁLISIS DE SISTEMAS CONTINUOS CON DESPLAZAMIENTO

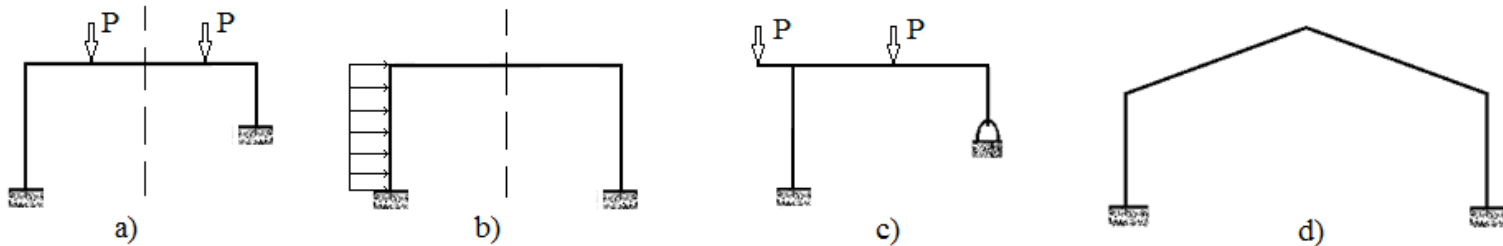
### GIROS Y DESPLAZAMIENTOS EN SISTEMAS CONTINUOS

2º.- Los nudos desplazan y no giran.



3º.- Los nudos, además de girar, pueden desplazarse.

Este caso se presenta en general, en el análisis de las construcciones o sistemas disimétricos, bien sea por su forma, bien por sus cargas aplicadas, o bien por ambas a la vez. De esta forma, los esfuerzos desarrollados implican desplazamientos de los nudos, siempre que los enlaces externos no impidan una desviación del sistema. En todo caso, se dice que los sistemas están sometidos a desviación cuando  $\sum F_h \neq 0$ , es decir, “cuando la suma de las acciones horizontales producidas por las cargas en cualquier plano horizontal de la estructura es distinta de cero”.



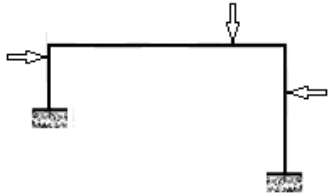
Así, para las figuras representadas, existe desplazamiento de los nudos, al tener:

- a) simetría de carga y asimetría de forma
- b) asimetría de carga y simetría de forma
- c) asimetría de carga y de forma
- d) simetría de carga y de forma, con dinteles inclinados

## 7.5.- ANÁLISIS DE SISTEMAS CONTINUOS CON DESPLAZAMIENTO

### GIROS Y DESPLAZAMIENTOS EN SISTEMAS CONTINUOS

Sin embargo, hay casos en que se necesita un cálculo previo para saber si existe o no desplazamiento, como ocurre en el caso representado, de construcción asimétrica de forma y de carga, sin enlaces externos que impidan el desplazamiento de los nudos.



La forma de estudiarlo es la siguiente.

En primer lugar se calculan los momentos a que está sometida la estructura suponiendo que los nudos sólo pudiesen girar (momentos de primer orden).

Se determinan los esfuerzos cortantes en las barras, comprobando a un nivel cualquiera, el sumatorio de fuerzas horizontales, pudiendo ocurrir dos casos:

a)  $\sum F_h = 0$  . Este resultado indica que los nudos no sufren desplazamiento y los momentos calculados son momentos definitivos.

b)  $\sum F_h \neq 0$  . Indica que los nudos sufren desplazamiento, por lo que a los momentos obtenidos (supuestos los nudos sin desplazamiento), se deben sumar los momentos procedentes del desplazamiento de los nudos (momentos de segundo orden).

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS PORTICADAS sin desplazamiento

En el análisis de estructuras porticadas, nos encontraremos dos situaciones básicamente: sistemas estructurales no sometidos a desviación y sistemas estructurales sometidos a desviación.

Sistemas estructurales no sometidos a desviación.

Se trata del caso de los sistemas cuyos nudos no sufren desplazamientos. El método de Cross para este caso, se puede resumir en dos etapas:

1<sup>a</sup>.- Se consideran las barra totalmente aisladas unas de otras y supuestas aisladas en sus extremos. Obtenemos directamente o por superposición los momentos de empotramiento perfecto para los distintos tipos de cargas, mediante la utilización de tablas. Estos momentos iniciales bloquean o inmovilizan los nudos, impidiéndoles el giro, es decir, partimos de una estructura virtual con nudos bloqueados (sin giros, ni desplazamientos), por lo que el sistema es distinto al inicial y los momentos iniciales no son los verdaderos, por lo que debemos corregir.

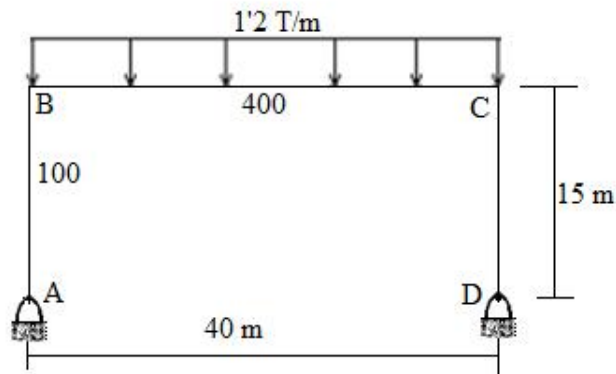
2<sup>a</sup>.- Se desbloquean o se liberan todos los nudos a la vez, o bien, se liberan sucesivamente los nudos, empezando por el nudo donde el desequilibrio sea mayor, repartiendo y transmitiendo los momentos, hasta que estos sean de valor despreciable al tender a cero.



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### EJERCICIO 1

Determinar los momentos finales de la estructura mostrada.



$$K_{BA} = \frac{I}{L} = \frac{3 \cdot 100}{4 \cdot 15} = 5$$

$$K_{BC} = \frac{400}{40} = 10$$

$$P_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{5}{5 + 10} = \frac{1}{3}$$

$$P_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BC} + K_{BA}} = \frac{10}{10 + 5} = \frac{2}{3}$$

$$\sum P_i = 1 \Rightarrow P_{BA} + P_{BC} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} K_{CD} = K_{BA} \\ K_{CB} = K_{BC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} P_{CD} = P_{BA} = \frac{1}{3} \\ P_{CB} = P_{BC} = \frac{2}{3} \end{array}$$

Momentos iniciales

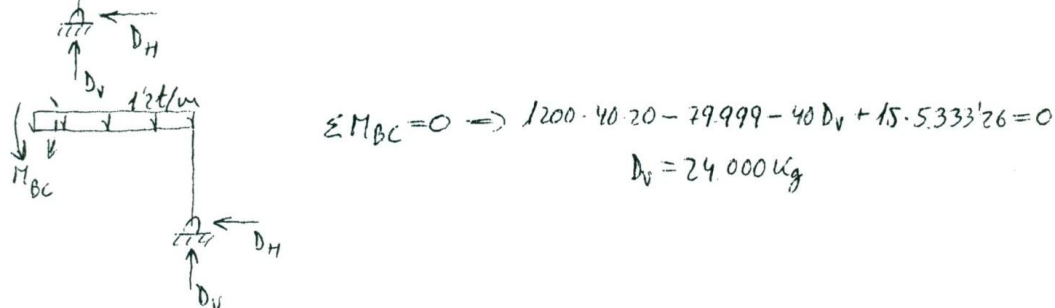
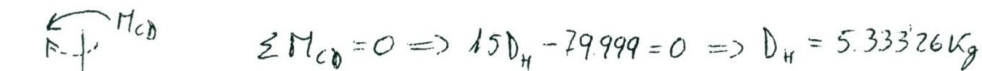
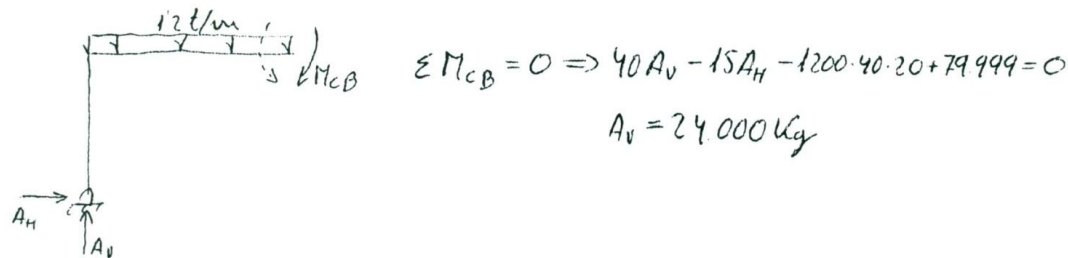
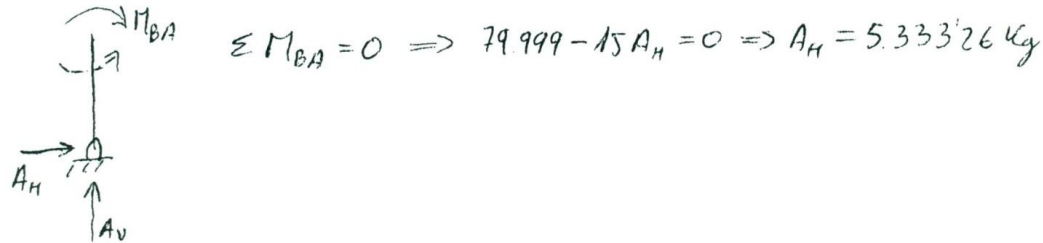
$$M_{BC} = -M_{CB} = \frac{w l^2}{12} = \frac{1200 \cdot 40^2}{12} = 160\,000 \text{ m Kg}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

	B			C		
	A	BA	BC	CB	CD	D
P		1/3	2/3	2/3	1/3	
M <sub>0</sub>	0	0	160 000	-160 000	0	0
1R		-53.333	-106.667	106.667	53.333	
1T			53.333	-53.333		
2R		-17.778	-35.555	35.555	17.778	
2T			17.778	-17.778		
3R		-5.926	-11.852	11.852	5.926	
3T			5.926	-5.926		
4R		-1.975	-3.951	3.951	1.975	
4T			1.975	-1.975		
5R		-658	-1.317	1.317	658	
5T			659	-659		
6R		-220	-439	439	220	
6T			220	-220		
7R		-73	-147	147	73	
7T			73	-73		
8R		-24	-49	49	24	
8T			25	-25		
9R		-8	-17	17	8	
9T			8	-8		
10R		-3	-5	5	3	
10T			3	-3		
11R		-1	-2	2	1	
M <sub>c</sub>		-79.999	79.999	-79.999	79.999	
M <sub>R</sub>	0	-79.999	-79.999	-79.999	-79.999	0

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Determinación de reacciones:

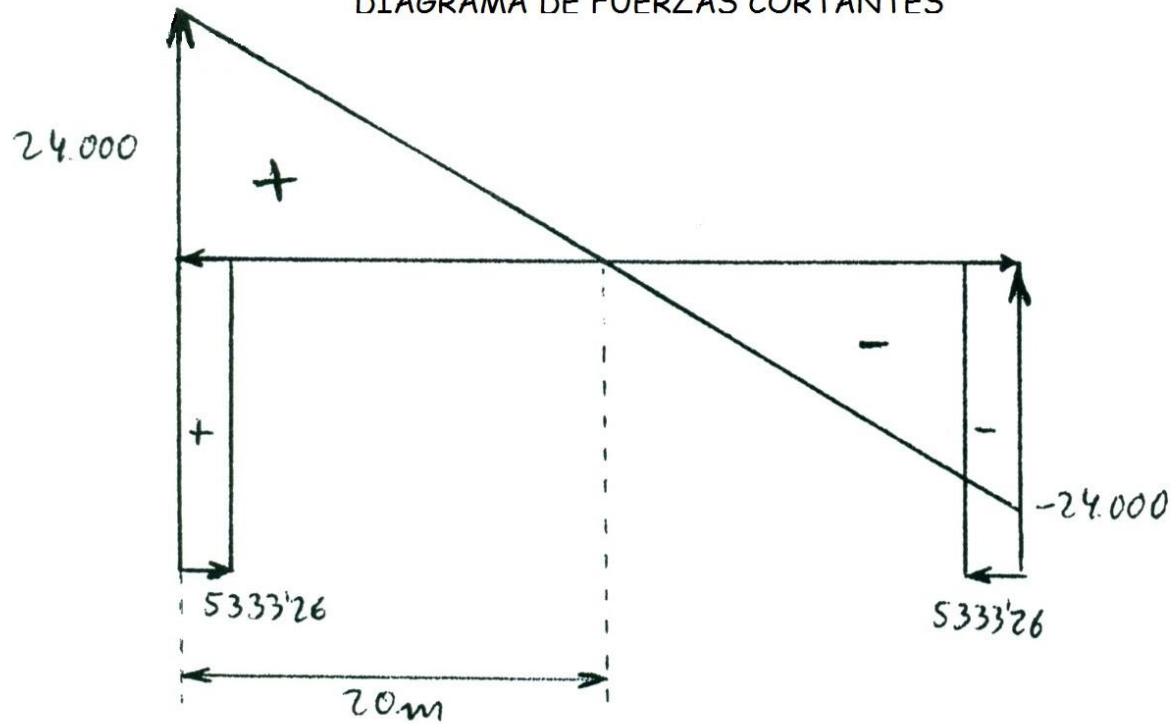


Se puede comprobar que  $\sum F_H = 0$  y  $\sum F_V = 0$ , luego hay equilibrio estático.

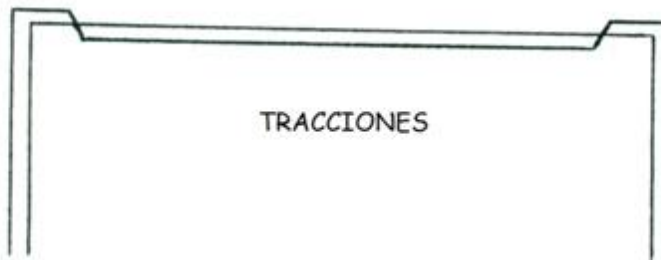
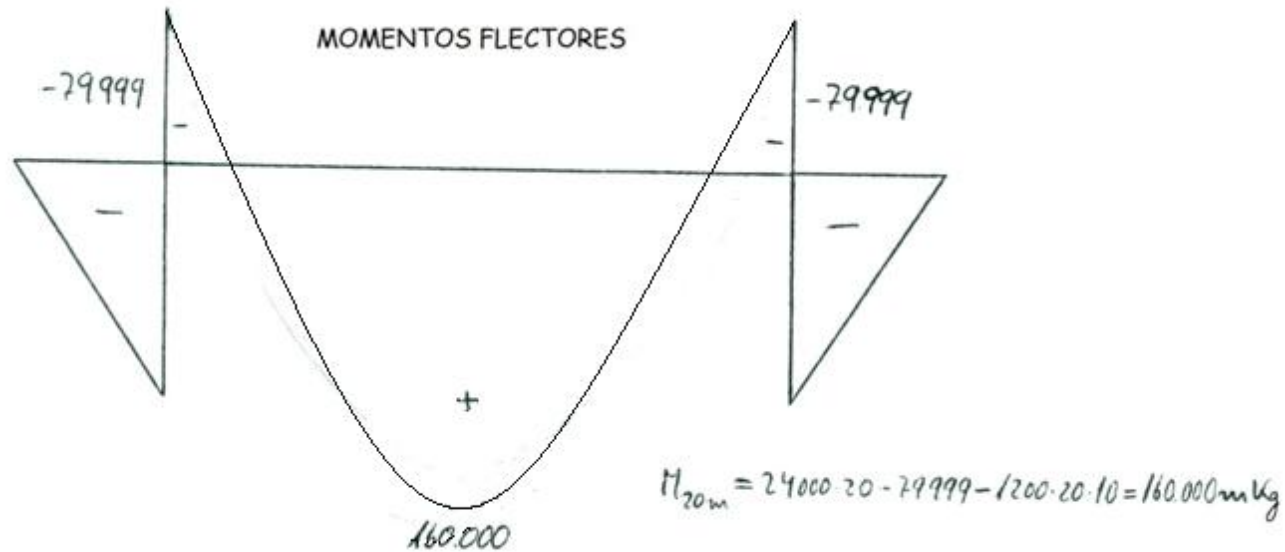
## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES



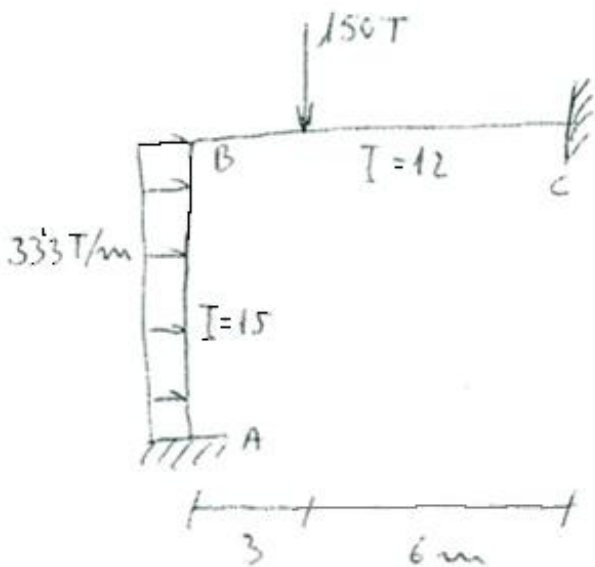
## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### EJERCICIO 2

Determinar los momentos correspondientes al semi-rigido de la figura, considerando valores relativos de los momentos de inercia.



$$K_{BA} = \frac{15}{7.5} = 2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} P_{BA} = \frac{2}{2+1.33} = 0.6$$

$$K_{BC} = \frac{12}{9} = 1.33 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} P_{BC} = \frac{1.33}{1.33+2} = 0.4$$

$$M_A = -M_{BA} = \frac{wl^2}{12} = \frac{33333 \cdot 7.5^2}{12} = 156248 \text{ m Kg}$$

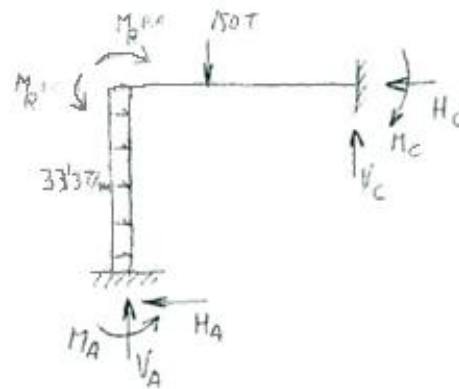
$$M_{BC} = \frac{P a \cdot b^2}{l^2} = \frac{150000 \cdot 3 \cdot 6^2}{9^2} = 200000 \text{ m Kg}$$

$$M_C = -\frac{P b \cdot a^2}{l^2} = -\frac{150000 \cdot 6 \cdot 3^2}{9^2} = -100000 \text{ m Kg}$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

	A	B		C
		BA	BC	
		0'6	0'4	
M I.	156248	-156248	200.000	-100000
1 R		-26251	-17501	
1 T	-13125			-8750
2 R				
M born	143.123	-182.499	182.499	-108.750
M Resist	-143.123	-182.499	-182.499	-108.750



Cálculo de las reacciones

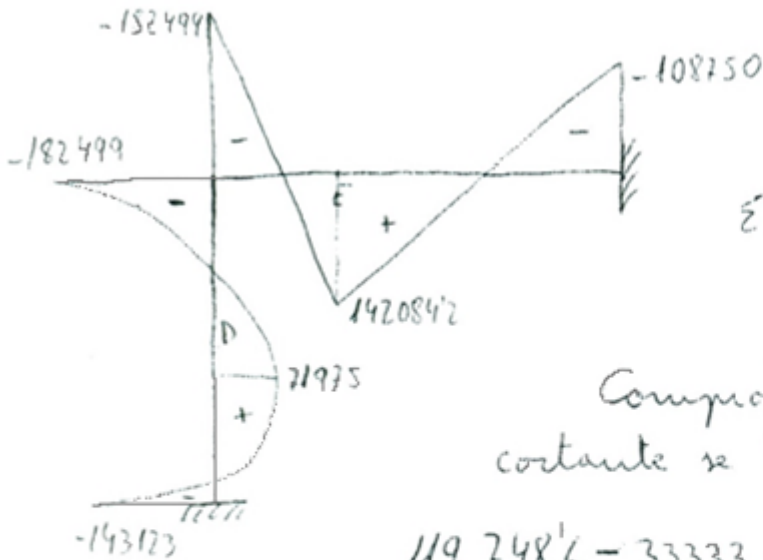
$$\sum M_{BA} = -182499 \Rightarrow 7.5 H_A - 143123 - 33333 \cdot 7.5 \cdot 3.75 = -182499 \Rightarrow H_A = 119.748'6 \text{ kg}$$

$$\sum M_C = -108750 \Rightarrow 9V_A + 7.5 H_A - 143123 - 33333 \cdot 7.5 \cdot 3.75 - 150000 \cdot 6 = -108750 \Rightarrow V_A = 108194'3 \text{ kg}$$

$$\sum M_{BC} = -182499 \Rightarrow 9V_C - 108750 - 150000 \cdot 3 = -182499 \Rightarrow V_C = 41805'7 \text{ kg}$$

$$\sum M_A = -143123 \Rightarrow 9V_C + 7.5 H_C - 108750 - 150000 \cdot 3 - 33333 \cdot 7.5 \cdot 3.75 = -143123 \Rightarrow H_C = 130.248'8 \text{ kg}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



Momentos intermedios:

$$\sum M_c = 6 \cdot 44805'2 - 108750 = 142084'2 \text{ m Kg}$$

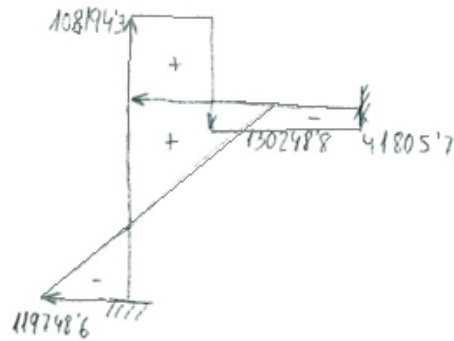
Comprobamos en el tramo AB donde la fuerza constante se hace cero.

$$119.748'6 - 33333 x = 0 \Rightarrow x = 3'59 \text{ m}$$

Momento máximo intermedio en el tramo AB:

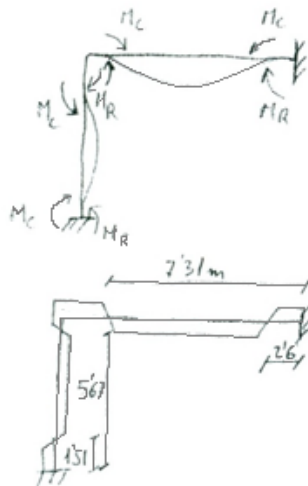
$$M_{\max_{AB}} = 3'59 \cdot 119748'6 - 143123 - 33333 \cdot 3'59 \frac{3'59}{2} = 71975 \text{ m Kg}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



$M_R \Rightarrow$  concavidad en la curva elástica  $\rightarrow$

$M_c \Rightarrow$  dirección de la curva elástica  $\rightarrow$



$$M_x = 119.748'6x - 143.123 - 33.333 \frac{x^2}{2}$$

$$M_x = 0 \quad \left. \vphantom{M_x} \right\} x = \frac{119.748'6 \pm \sqrt{119.748'6^2 - 4 \frac{33.333}{2} \cdot 143.123}}{33.333} = \begin{cases} 5'67 \text{ m} \\ 1'514 \text{ m} \end{cases}$$

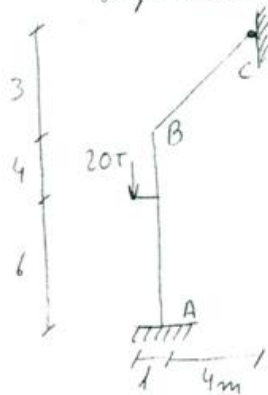
$$M_{x_1} = 108750 - 41805'7 x_1 \rightarrow M_{x_1} = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{108750}{41805'7} = 2'6 \text{ m}$$

$$M_{x_2} = 108750 - 41805'7 x_2 + 150000(x_2 - 6) \rightarrow M_{x_2} = 0 \Rightarrow x_2 = 7'31 \text{ m}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### EJERCICIO 3

Dibujan los diagramas de momentos flectores y fuerzas cortantes de la estructura que se muestra en la figura, suponiendo que sea de sección cte.

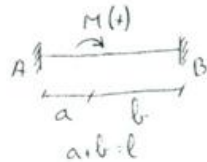


Considerando "C" articulado.

$$K_{BA} = \frac{1}{10} \quad K_{BC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$$

$$P_{BA} = \frac{1/10}{\frac{1}{10} + \frac{3}{20}} = 0'4$$

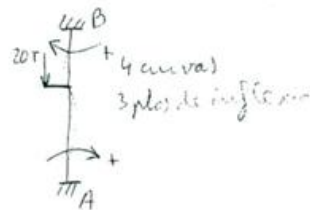
$$P_{BC} = \frac{3/20}{\frac{3}{20} + \frac{1}{10}} = 0'6$$



$$M_A = \frac{M \cdot b}{l^2} (3a - l)$$

$$M_B = \frac{M \cdot a}{l^2} (3b - l)$$

En nuestro caso, el momento  $M$ , es negativo



En general:



$$M_A = \frac{-20000 \cdot 4}{10^2} (3 \cdot 6 - 10) = -6400 \text{ m Kg}$$

$$M_B = \frac{-20000 \cdot 6}{10^2} (3 \cdot 4 - 10) = -2400 \text{ m Kg}$$

Como de esta tabla obtenemos momentos con signo cambiado:

$$M_A = 6400 \text{ m Kg} \text{ y } M_{BA} = 2400 \text{ m Kg}$$

A	B		C
	BA	BC	
R	0'4	0'6	
	6400	2400	
	-480	-1440	
	5920	1440	-1440
			0

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Considerando "C" empotrado

$$K_{BA} = \frac{1}{10} ; K_{BC} = \frac{1}{5} ;$$

$$P_{BA} = \frac{0'1}{0'1+0'2} = 0'33$$

$$P_{BC} = \frac{0'2}{0'3} = 0'67$$

	A	B		C
		BA	BC	
		$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	1
1R	6400	2400	-1600	
1T	-400			-800
2R				800
2T			400	
3R		-133	-267	
3T	-67			-134
4R				134
4T			67	
5R		-22	-45	
5T	-11			-22
6R				22

	A	B		C
		BA	BC	
6T			11	
7R		-4	-7	
	5922	1444	-1444	0

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Cálculo de las reacciones:

$$\sum M_{BA} = 1440 \Rightarrow -5920 + 10 A_H - 20000 = 1440$$

$$\underline{A_H = 2736 \text{ Kg}}$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow -5920 + 4 A_V + 2736 \cdot 13 - 20000 \cdot 5 = 0 \Rightarrow \underline{A_V = 17588}$$

$$\sum M_{BC} = 1440 \Rightarrow C_V \cdot 4 - 3 C_H = 1440 \rightarrow C_H = \frac{4}{3} C_V - 480$$

$$\sum M_A = -5920 \Rightarrow 4 C_V - 13 C_H + 20000 = -5920$$

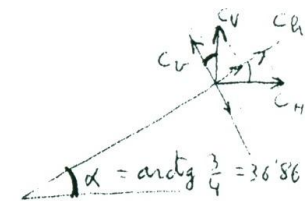
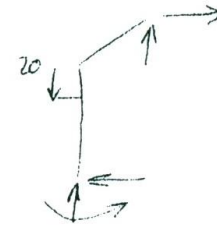
$$4 C_V - 13 \left( \frac{4}{3} C_V - 480 \right) + 20000 = -5920$$

$$4 C_V - \frac{52}{3} C_V + 6240 + 20000 = -5920$$

$$-13 \frac{1}{3} C_V = -32160$$

$$\underline{C_V = 2412 \text{ Kg}}$$

$$\underline{C_H = 2736 \text{ Kg}}$$

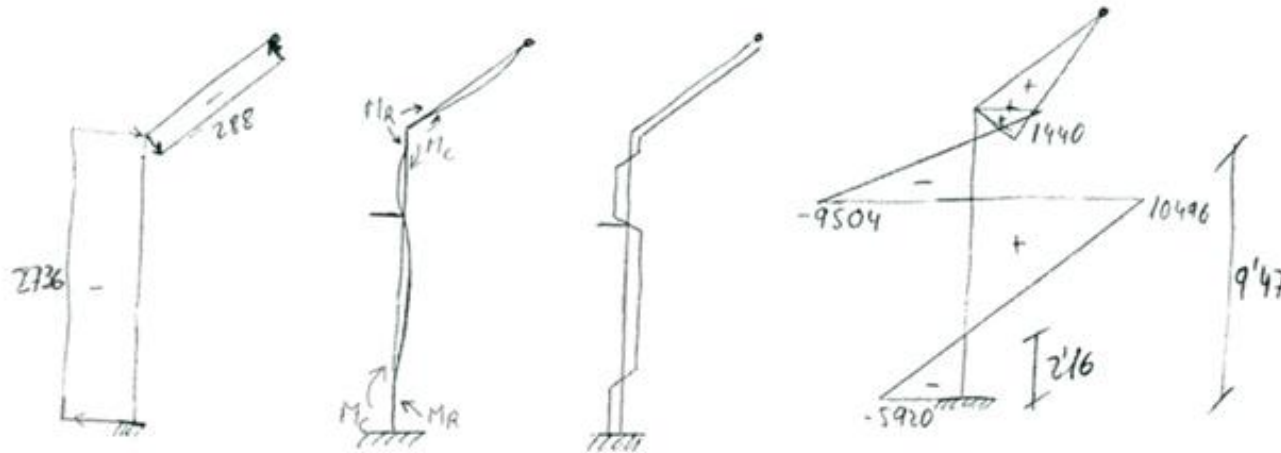


$$C_V = C_V \cos \alpha - C_H \sin \alpha = 2888 \text{ Kg} \uparrow$$

$$C_H = C_V \sin \alpha + C_H \cos \alpha = 3636 \text{ Kg}$$

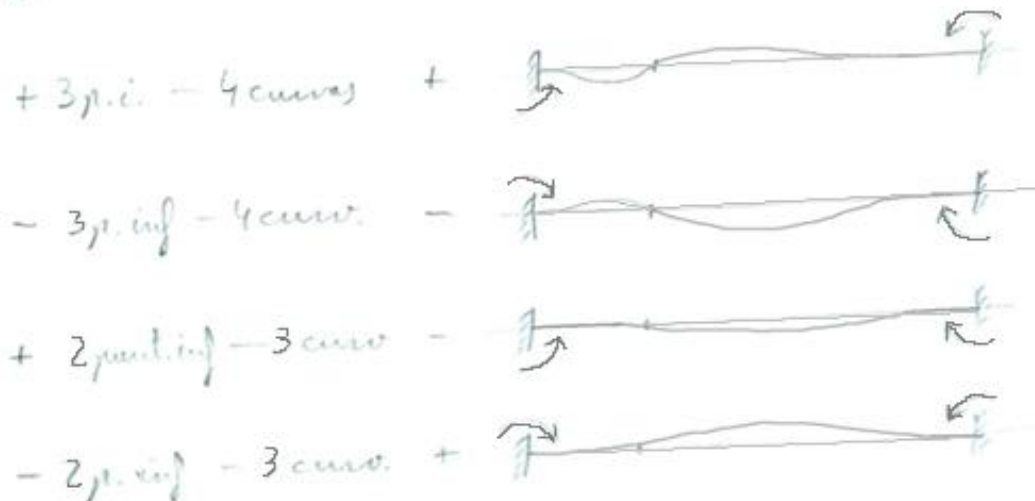


## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



$$M_x = -5920 + R_{A_H} \cdot x$$

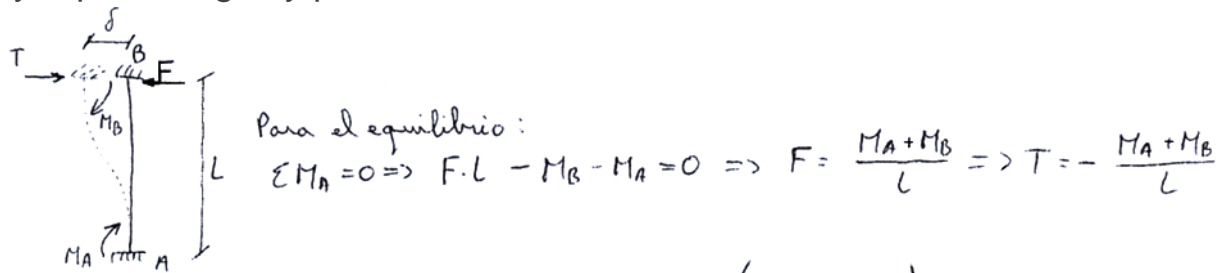
$$M_{x=l} = 10496 \text{ m kg}$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### - Esfuerzos cortantes.

Conocidos los momentos flectores definitivos, los esfuerzos cortantes se determinan rápidamente, ya que en vigas y pilares, la ecuación del esfuerzo cortante es:



Generalizando tenemos:

$$Q_{in} = Q_0 + \left( -\frac{M_{in} + M_{ni}}{L_{in}} \right)$$

En esta expresión,  $Q_0$  representa el esfuerzo cortante isostático (cargas exteriores) y  $M_{in}$  y  $M_{ni}$  son, respectivamente, los momentos de Cross en el nudo "i" y en el nudo "n", con sus signos correspondientes.

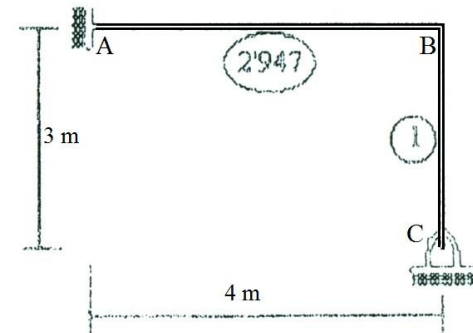
### -Esfuerzos normales.

Los esfuerzos normales de los pilares se calculan mediante los esfuerzos cortantes de las vigas, y los esfuerzos normales en las vigas, mediante los esfuerzos cortantes de los pilares, siempre que dichos elementos sean ortogonales entre sí.

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### EJERCICIO 4

1.- Dimensionar la estructura de la figura con perfiles metálicos tipo IPE en acero S-235 considerando que irá destinada como terraza para una vivienda de Santander, protegida de la acción del viento y que recibe las cargas a través de una losa de hormigón armado de 15 cm de grosor. El modulaje entre pórticos es de 5 m. Los pilares irán arriostrados.



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

- Acciones:

$$+ P.P. losa : 25 \text{ KN/m}^3 \times 0.15 \text{ m} = 3.75 \text{ KN/m}^2$$

$$+ P.P. IPE(300): 0.422 \text{ KN/m}$$

$$+ S. uso (azotea privado): 2 \text{ KN/m}^2$$

$$+ Nieve (Santander): \mu \cdot S_k = 1 \cdot 0.3 = 0.3 \text{ KN/m}^2$$

- Combinación de acciones: Situación persistente o transitoria.

$$\sum \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_{k,1} + \sum \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot Q_k$$

$$1.35 \left( 3.75 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \cdot 5 \text{ m} + 0.422 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \right) + 1.5 \cdot 2 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \cdot 5 \text{ m} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot 0.3 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \cdot 5 \text{ m} = 42 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

Carga lineal sobre el dintel: 42 KN/m

- Cross:

$$K_{BA} = \frac{2.947}{4} \quad \left| \quad P_{BA} = \frac{2.947/4}{\frac{2.947}{4} + \frac{1}{4}} = 0.747 \right.$$

$$K_{BC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \quad \left| \quad P_{BC} = \frac{1/4}{\frac{2.947}{4} + \frac{1}{4}} = 0.253 \right.$$

$$M_A = -M_{BA} = \frac{q \cdot l^2}{12} = \frac{42 \cdot 4^2}{12} = 56 \text{ mKN}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

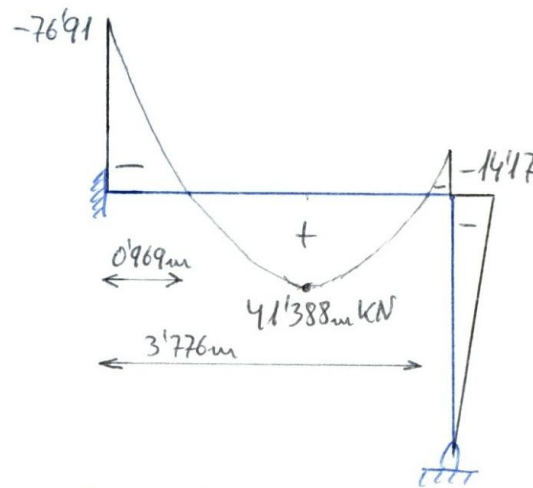
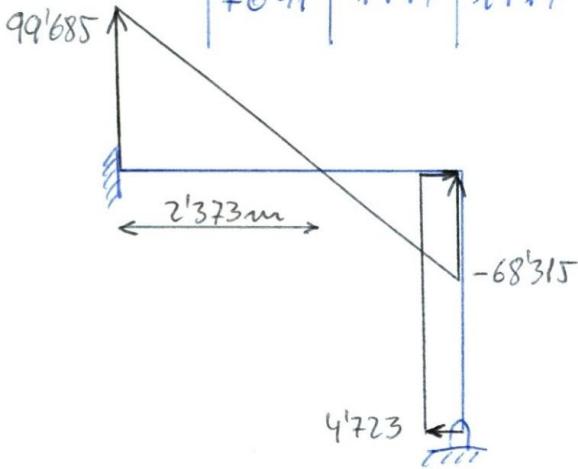
	A	B		C
		BA	BC	
P		0'747	0'253	
M <sub>0</sub>	56	-56		
1R		4'83	14'7	
1T	20'91			
2R				
	76'91	-14'7	14'7	0

$$\uparrow \uparrow Q_{AB} = 84 + \left( -\frac{76'91 - 14'7}{4} \right) = 99'685 \text{ KN} \uparrow$$

$$\uparrow \uparrow Q_{BA} = 84 + \left( -\frac{-14'7 + 76'91}{4} \right) = 68'315 \text{ KN} \uparrow$$

$$\leftarrow \leftarrow Q_{BC} = \left( -\frac{14'7}{3} \right) = 4'723 \text{ KN} \rightarrow$$

$$\rightarrow \rightarrow Q_{CB} = \left( -\frac{14'7}{3} \right) = 4'723 \text{ KN} \leftarrow$$



$$99'685 - 42x = 0$$

$$x = 2'373 \text{ m}$$

$$M_x = -76'91 + 99'685x - 21x^2$$

$$x = 2'373 \rightarrow M_x = 41'388 \text{ m KN}$$

$$M_x = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 0'969 \text{ m} \\ 3'776 \text{ m} \end{cases}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

- Dimensionamiento:

+ Dintel: Despreciando el asil de 4'72 kN, se dimensiona a flexión análisis elástico  
cálculo elástico

$$f_{yd} = \frac{235}{1.05} = 223'81 \text{ N/mm}^2$$

$$W_{el,nec} \geq \frac{M_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{76'91 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{223'81 \text{ N/mm}^2} =$$

$$343639'69 \text{ mm}^3 \rightarrow \text{IPE 270}$$

$$I_y = 57'9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{---} \quad 2'947$$

$$\text{IPE 200} \leftarrow I_{yp} = 19'64 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{---} \quad 1$$

HEB 160

+ Pilar: Por la relación de inercia se ha obtenido un perfil IPE 200. Se comprueba si sirve.  $I_y = 19'4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

La sollicitación es de compresión y flexión.

• Longitud de pandeo: Pilares de edificios: CTE SE/A (6.3.2.5)



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Semipórtico intraslacional:

$$\beta = \frac{L_k}{L} = \frac{1 + 0'145(\eta_1 + \eta_2) - 0'265\eta_1\eta_2}{2 - 0'364(\eta_1 + \eta_2) - 0'247\eta_1\eta_2} \leq 1 \quad (6.24)$$

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} = \frac{19'4/3}{\frac{19'4}{3} + \frac{57'9}{4}} = 0'30879$$

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}} = \frac{K_c}{K_c} = 1$$

$$\beta = \frac{1 + 0'145(0'30879 + 1) - 0'265 \cdot 0'30879 \cdot 1}{2 - 0'364(0'30879 + 1) - 0'247 \cdot 0'30879 \cdot 1} = 0'776 < 1$$

$$L_k = \beta \cdot L = 0'776 \cdot 3000 = 2328 \text{ mm}$$

$$K_c = \frac{EI}{L} = \frac{24 \cdot 10^5 \cdot 19'4 \cdot 10^6}{3000}$$

$$K_1 = 0 \text{ (no hay pilar superior)}$$

$$K_{11} = 1 \frac{EI}{L} = \frac{24 \cdot 10^5 \cdot 57'9 \cdot 10^6}{4000} \text{ (Tabla 6.5)}$$

$$K_{12} = 0 \text{ (no hay viga a la derecha)}$$

$$K_2 = K_{21} = K_{22} = 0 \text{ (no existen)}$$

• Esbeltez reducida: 6.3.2.1

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{L_k}\right)^2 EI = \left(\frac{\pi}{2328}\right)^2 24 \cdot 10^5 \cdot 19'4 \cdot 10^6 = 7.419.161'384 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{2850 \cdot 235}{7419161'384}} = 0'3$$

• Coeficiente de reducción por pandeo: 6.3.2.1

Comprobamos esp. comprimidos y redimensionaría el perfil en la posición más favorable,  $\rightarrow$  ESE Y

$$d/b > 1'2$$

$$t \leq 40 \text{ mm}$$

$$S 235$$

$\rightarrow$  curva "a"

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

$$\left. \begin{array}{l} \text{Curva "a"} \\ \bar{\lambda}_y = 0'3 \end{array} \right\} \rightarrow \chi_y = 0'98$$

• Elementos comprimidos y flectados: 6.3.4.2 (Piera)

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yd}} + \kappa_y \frac{C_{my} \cdot M_{yEd} + e N_y \cdot N_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yd}} \leq 1$$

$$\kappa_y = 1 + 0'6 \cdot \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{c,Rd}} = 1 + 0'6 \cdot 0'3 \frac{68315}{0'98 \cdot 637857'14} = 1'02 \quad (\text{tabla 6.9})$$

$$N_{Ed} = 68315 \cdot N$$

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 2850 \frac{235}{1'05} = 637.857'14 \text{ N} \rightarrow \text{tabla 6.9}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

$c_{m,y} = 0'6 + 0'4 \cdot 0 = 0'6 \rightarrow$  tabla 6.10 (diagrama de momentos triangular)

$$M_{y,Ed} = 14'17 \text{ mKN} = 14'17 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ mmN}$$

$e_{N,y} = 0 \rightarrow$  tabla 6.8

$\chi_{LT} = 1 \rightarrow$  No consideramos pandeo por torsión

$$W_y = 194 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\frac{68315}{0'98 \cdot 2850 \cdot \frac{235}{105}} + 1'02 \frac{0'6 \cdot 14'17 \cdot 10^6 + 0 \cdot 68315}{1 \cdot 194 \cdot 10^3 \cdot \frac{235}{105}} = 0'309 < 1$$

$$\frac{68315}{2850 \cdot \frac{235}{105}} + \frac{14'17 \cdot 10^6}{194 \cdot 10^3 \cdot \frac{235}{105}} = 0'43 < 1 \quad \leftarrow 6.2.8 \text{ (sección)}$$

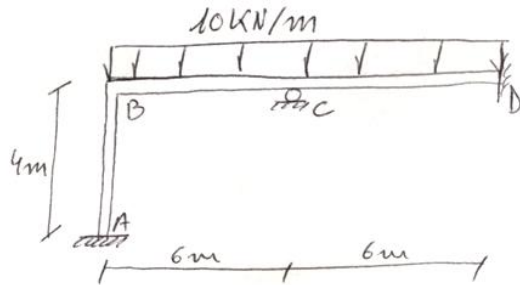
luego sirve.

DINTEL IPE 270 — PILAR IPE 200

$$\frac{57'9}{19'4} = 2'98 \quad - \quad \frac{19'4}{19'4} = 1$$

# 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

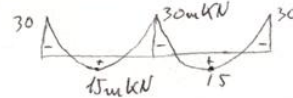
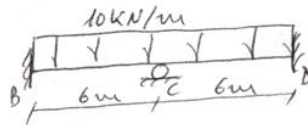
## EJERCICIO 5



Estudiar un predimensionamiento para establecer la relación de inercia entre los distintos elementos de la estructura de la figura y analizarla, dibujando los diagramas de flectores, cortantes, tracciones y elástica.

Predimensionar en acero S275.

- Análisis del dintel como viga continua de dos tramos bien tomada:



$$M_A \cdot 0 + 2(0+6)M_B + 6M_C = -6 \left( 0 + \frac{2}{3} \cdot 6 \frac{10 \cdot 6^2}{8} \cdot 3 \right) \Rightarrow 12M_B + 6M_C = -540$$

$$2M_B + M_C = -90$$

$$6M_B + 2(6+6)M_C + 6M_D = -6 \left( 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 \frac{10 \cdot 6^2}{8} \cdot 3 \right) \Rightarrow 6M_B + 24M_C + 6M_D = -1080$$

$$M_B + 4M_C + M_D = -180$$

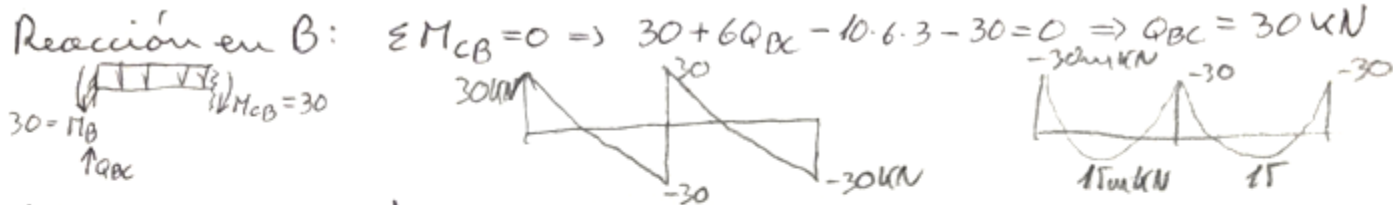
$$6M_C + 2(6+0)M_D + 0M_E = -6 \left( \frac{2}{3} \cdot 6 \frac{10 \cdot 6^2}{8} \cdot 3 + 0 \right) \Rightarrow 6M_C + 12M_D = -540$$

$$M_C + 2M_D = -90$$

$$\begin{array}{l} M_C = -90 - 2M_B \\ M_C = -90 - 2M_D \end{array} \Rightarrow M_B = M_D$$

$$\begin{array}{l} M_B + 4(-90 - 2M_B) + M_B = -180 \\ M_B - 360 - 8M_B + M_B = -180 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -6M_B = 180 \\ M_B = M_D = -30 \text{ m kN} \\ M_C = -90 \text{ m kN} \end{array}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



- Predimensionamiento:

+ **Dintel**:

$$W_{y,nec} \geq \frac{M_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{3 \cdot 10^7 \text{ mm}^3 \text{ N}}{261.9 \text{ N/mm}^2} = 114.547.53 \text{ mm}^3 \rightarrow \text{IPE 180}$$

$$I_y = 13.2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

+ **Soporte**: Comprobado en perfil **HEB 140**  $W_y = 216 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ ;  $I_y = 15.1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ;  $A = 4.300 \text{ mm}^2$

Pórtico intraslacional, caso 1 de 6.3.2.5.  $\rightarrow L_k = \beta \cdot L$   $I_z = 5.5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$$\beta = \frac{1 + 0.145(\eta_1 + \eta_2) - 0.265\eta_1\eta_2}{2 - 0.364(\eta_1 + \eta_2) - 0.247\eta_1\eta_2} \leq 1 \quad \text{o bien, figura 6.3.2.5-1}$$

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} = 0.6958$$

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}} = 1$$

$$K_c = \frac{EI}{L} = \frac{21 \cdot 10^5 \cdot 15.1 \cdot 10^6}{4000} = 792.750.000$$

$$K_{12} = 0.75 \frac{EI}{L} = 0.75 \frac{21 \cdot 10^5 \cdot 13.2 \cdot 10^6}{6000} = 3.465 \cdot 10^8$$

$$K_1 = K_2 = K_{11} = K_{21} = K_{22} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \eta_1 = 0.6958 \\ \eta_2 = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Figura 6.4} \\ \beta = 0.82$$

Fórmula 6.24:  $\beta = 0.8766$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

$$L_k = \beta \cdot l = 0'8766 \cdot 4000 = 3506 \text{ mm}$$

Interacción de esfuerzos en piezas (6.3.4)

- Elementos comprimidos y flectados (6.3.4.2)

$$\text{Todo pieza: } \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yd}} + K_y \frac{C_{m,y} \cdot M_{y,Ed} + e_{N,y} \cdot N_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yd}} \leq 1 \quad (6.51)$$

$$\chi_{LT} = 1 \quad \left| \quad C_{m,y} = 1 \text{ (más desfavorable) (No tenemos diagrama de mtos)}$$

$$e_{N,y} = 0 \quad \left| \quad K_y = 1 + 0'6 \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{c,Rd}} = 1 + 0'6 \cdot 0'681 \cdot \frac{3 \cdot 10^4}{0'792 \cdot 1126190'5} = 1'0137$$

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{m1}} = 4300 \cdot \frac{275}{1'05} = 1'126'190'5 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_y \neq 1$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4300 \cdot 275}{2'546'080'69}} = 0'681$$

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{L_k}\right)^2 E \cdot I_y = \left(\frac{\pi}{3506}\right)^2 \cdot 21 \cdot 10^5 \cdot 151 \cdot 10^6 = 2'546'080'69 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} h/b = 1 \\ t < 100 \text{ mm} \\ S275 \\ \text{eje } y \end{array} \right\} \text{ curva "b"} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \bar{\lambda}_y = 0'681 \end{array} \right\} \rightarrow \chi_y = 0'792 \text{ (tabla 6.3)}$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

$$\frac{3 \cdot 10^4}{0'792 \cdot 4300 \cdot \frac{275}{1'05}} + 1'0137 \frac{1 \cdot 3 \cdot 10^7 + 0}{1 \cdot 216 \cdot 10^3 \frac{275}{1'05}} = 0'571 < 1$$

Sección:  $\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,Rdy}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,Rdz}} \leq 1 \quad (6.11)$

$$\frac{3 \cdot 10^4}{4300 \cdot \frac{275}{1'05}} + \frac{3 \cdot 10^7}{216 \cdot 10^3 \frac{275}{1'05}} = 0'557 < 1$$

Pandeo en z:

$$N_{crz} = \left( \frac{\pi}{3506} \right)^2 \cdot 21 \cdot 10^5 \cdot 5'5 \cdot 10^6 = 927.380'38 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{4300 \cdot 275}{927.380'38}} = 1'13$$

curva c  $\rightarrow \chi = 0'465$

$$N_{G,Rdz} = \chi_z \cdot A \cdot f_{yd} = 0'465 \cdot 4300 \cdot \frac{275}{1'05} = 523'67 \text{ kN} \gg N_{cd} = 30 \text{ kN}$$

DINTEL: IPE180 ( $I_y = 13'2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ ) — PILAR: HEB140 ( $I_y = 15'1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ )



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Se comprueba un HEB120:  $W_y = 144 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

$$A = 3400 \text{ mm}^2$$

$$I_y = 8'64 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_z = 3'18 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\eta_1 = \frac{4'536 \cdot 10^8 + 0}{4'536 \cdot 10^8 + 0 + 0 + 5'1975 \cdot 10^8} = 0'466$$

$$K_c = \frac{E \cdot I}{L} = \frac{21 \cdot 10^5 \cdot 8'64 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^3} = 4'536 \cdot 10^8$$

$$K_1 = K_2 = K_{11} = K_{21} = K_{22} = 0$$

$$K_{12} = 0'75 \frac{E I}{L} = 0'75 \frac{21 \cdot 10^5 \cdot 13'2 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^3} = 5'1975 \cdot 10^8$$

$$\eta_2 = 1 \quad \left| \begin{array}{l} \rightarrow \beta = 0'81 \text{ (figura)} \\ 0'8059 \text{ (fórmula)} \end{array} \right.$$

$$L_k = \beta \cdot L = 0'8059 \cdot 4000 = 3223'6 \text{ mm}$$

$$N_{cr} = \left( \frac{\pi}{3223'6} \right)^2 \cdot 21 \cdot 10^5 \cdot 8'64 \cdot 10^6 = 1.723.258'7 \text{ N}$$

$$\tilde{\lambda}_y = \sqrt{\frac{3400 \cdot 275}{1.723.258'7}} = 0'736$$

$$h/b = 1$$

$$t < 100 \text{ mm}$$

$$S 275$$

$$\text{eje } y$$

$$\left. \begin{array}{l} h/b = 1 \\ t < 100 \text{ mm} \\ S 275 \\ \text{eje } y \end{array} \right| \text{ curva b} \quad \left| \quad \chi = 0'768 \right.$$

$$K_y = 1 + 0'6 \cdot 0'736 \frac{3 \cdot 10^4}{0'768 \cdot 890.476'19} = 1'0193$$

$$N_{c,Rd} = 3400 \cdot \frac{275}{1'05} = 890.476'19 \text{ N}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Sección (6.11):

$$\frac{3 \cdot 10^4}{3400 \frac{275}{1'05}} + \frac{3 \cdot 10^7}{144 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1'05}} = 0'829 < 1$$

Barras (6.51):

$$\frac{3 \cdot 10^4}{0'768 \cdot 3400 \frac{275}{1'05}} + 1'0193 \frac{1 \cdot 3 \cdot 10^7}{1 \cdot 144 \cdot 10^3 \frac{275}{1'05}} = 0'8546 < 1$$

Pandeo en z:

$$N_{crz} = \left( \frac{\pi}{3223'6} \right)^2 \cdot 24 \cdot 10^5 \cdot 3'18 \cdot 10^6 = 634.254'95 N$$

$$\tilde{\lambda}_z = \sqrt{\frac{3400 \cdot 275}{634.254'95}} = 1'21 \quad \left| \quad \chi = 0'426 \right.$$

curva C

$$N_{b, Rd} = 0'426 \cdot 3400 \cdot \frac{275}{1'05} = 379'34 N > N_{cd} = 30 kN$$

DINTEL IPE 180  $\rightarrow I_y = 13'2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

PILAR HEB 120  $\rightarrow I_y = 8'64 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

Relación de inercia:  $I_V = 1 \sim 2$

$I_H = 1'52 \sim 3$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

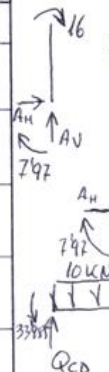
Se analiza la estructura con la anterior relación de inercia.

$$K_{BA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \left| \quad P_{BA} = P_{BC} = P_{CB} = P_{CD} = \frac{1}{2} \right.$$

$$K_{BC} = K_{CD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \left| \quad M_{BC} = -M_{CB} = M_{CD} = -M_{DC} = \frac{q \cdot l^2}{12} = \frac{10 \cdot 6^2}{12} = 30 \text{ m kN} \right.$$

	A	B		C		D
		BA	BC	CB	CD	
P		1/2	1/2	1/2	1/2	
M <sub>0</sub>			30	-30	30	-30
1R		-15	-15			
1T	-7'5			-7'5		
2R				3'75	3'75	
2T			1'875			1'875
3R		-0'938	-0'938			
3T	-0'469			-0'469		
4R				0'234	0'234	
4T			0'117			0'117
5R		-0'058	-0'058			
	-7'970	-16	16	-33'985	33'985	-28

Reacciones:

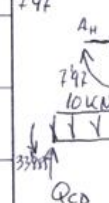


$$\sum M_{BA} = 0 \Rightarrow 16 + 7'97 - 4A_H = 0 \rightarrow A_H = 5'9925 \text{ kN}$$

$$A_H = 6 \text{ kN}$$

$$\sum M_{CB} = 0 \Rightarrow 7'97 + 6A_V - 4A_H - 10 \cdot 6 \cdot 3 + 33'985 = 0$$

$$A_V = 27 \text{ kN}$$

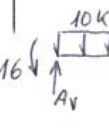


$$\sum M_{CD} = 0 \Rightarrow 28 - 6D_V + 10 \cdot 6 \cdot 3 - 33'985 = 0$$

$$D_V = 29 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow 28 - 10 \cdot 6 \cdot 3 + 6Q_{CD} - 33'985 = 0$$

$$Q_{CD} = 31 \text{ kN}$$




$$\sum M_{BC} = 0 \Rightarrow 33'985 + 10 \cdot 6 \cdot 3 - 16 - 6Q_{CB} = 0$$


$$Q_{CB} = 33 \text{ kN}$$


$$C_V = Q_{CB} + Q_{CD} = 33 + 31 = 64 \text{ kN}$$


$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 28 + 10 \cdot 12 \cdot 6 - 12 \cdot D_V - 4D_H - 6 \cdot C_V + 7'97 = 0 \rightarrow D_H = 6 \text{ kN} \leftarrow$$


## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS


Constantes:  $Q_{ij} = Q_{0ij} + \left( - \frac{M_{ij} + M_{ji}}{L_{ij}} \right)$  


  $Q_{AB} = 0 + \left( - \frac{-7'97 - 16}{4} \right) = 6 \text{ KN} \rightarrow = A_H$

  $Q_{BA} = 0 + \left( - \frac{-16 - 7'97}{4} \right) = 6 \text{ KN} \leftarrow = D_H$

  $Q_{BC} = 30 + \left( - \frac{16 - 33'985}{6} \right) = 30 - 3 = 27 \text{ KN} \uparrow = A_V$

  $Q_{CB} = 30 + \left( - \frac{-33'985 + 16}{6} \right) = 30 + 3 = 33 \text{ KN} \uparrow$

  $Q_{CD} = 30 + \left( - \frac{33'985 - 28}{6} \right) = 30 + 1 = 31 \text{ KN} \uparrow$   $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} C_V = 33 + 31 = 64 \text{ KN}$

  $Q_{DC} = 30 + \left( - \frac{-28 + 33'985}{6} \right) = 30 - 1 = 29 \text{ KN} \uparrow = D_V$

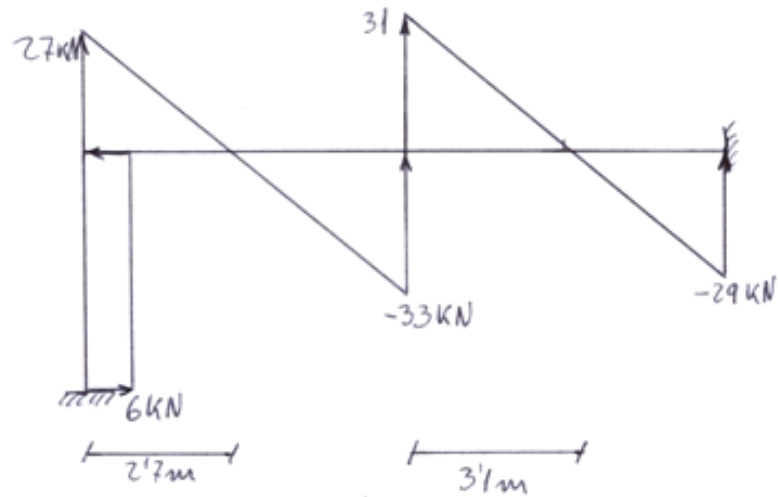
## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Diagramas:

- Cortantes:

$$27 - 10x_1 = 0 \rightarrow x_1 = 2'7m$$

$$31 - 10x_2 = 0 \rightarrow x_2 = 3'1m$$



- Flectores:

$$M_{x_1} = -16 + 27x_1 - 5x_1^2$$

$$x_1 = 2'7 \rightarrow M_1 = 20'45$$

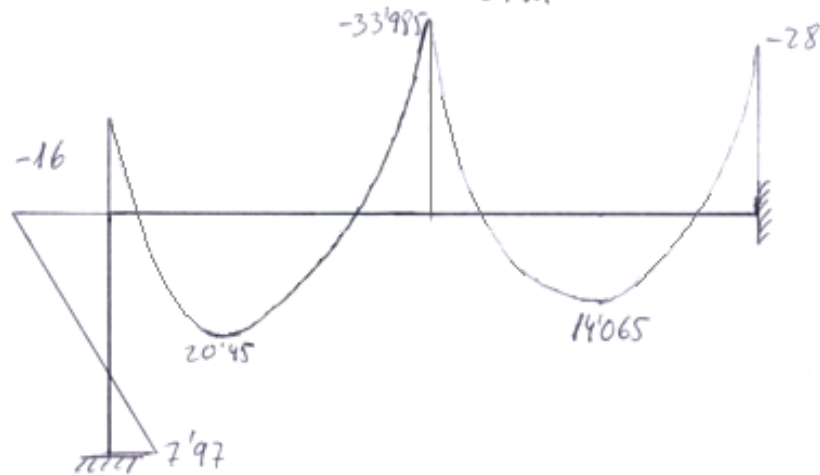
$$M_{x_2} = -33'985 + 31x_2 - 5x_2^2$$

$$x_2 = 3'1 \rightarrow M_2 =$$

$$M_{x_1} = 0 \Rightarrow -16 + 27x_1 - 5x_1^2 = 0 \begin{cases} 0'677m \\ 4'722m \end{cases}$$

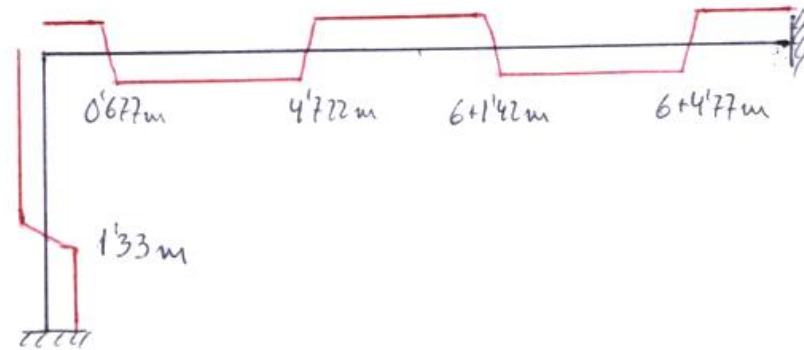
$$M_{x_2} = 0 \Rightarrow -33'985 + 31x_2 - 5x_2^2 = 0 \begin{cases} 1'42m \\ 4'77m \end{cases}$$

$$M_y = 7'97 - 6y \quad M_y = 0 \rightarrow y = 1'33m$$

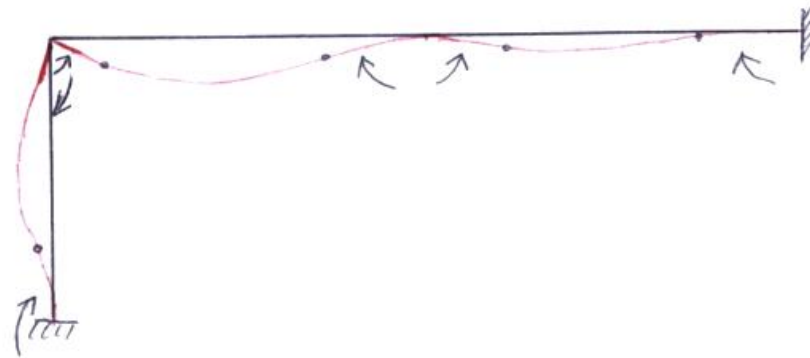


## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

- Tracciones:



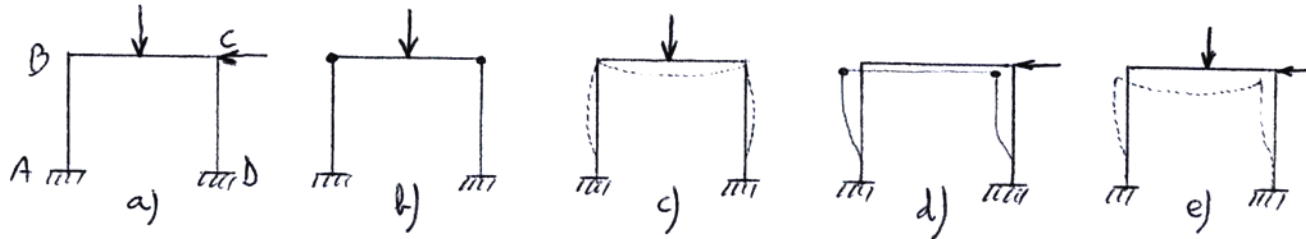
- Elástica:



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS PORTICADAS con desplazamiento

Cuando los nudos sufren desplazamientos en su plano, el método de Cross parte como anteriormente de una estructura ideal con nudos totalmente rígidos (sin giros, ni desplazamientos), llegando a la estructura real deshaciendo en diversas etapas la rigidez de los nudos, permitiendo sucesivamente los giros y desplazamientos compatibles con los enlaces externos, tal y como se representa para el caso de cargas de la siguiente figura:



- Representa la estructura de partida
- Sistema ideal con nudos totalmente rígidos: momentos iniciales
- Sistema con giros debidos a la carga vertical: repartos y transportes
- Sistema desplazado, debido a la carga horizontal: momentos de desplazamiento
- Sistema real con giros y desplazamientos.

En b) y c), existe aún indesplazabilidad de los nudos. Para ello suponemos unos apoyos ficticios que inmovilizan los nudos.

El número mínimo de apoyos precisos para fijar la estructura se denomina “**grado de desplazabilidad**”. Se obtiene de la siguiente expresión:  $N = n - c$

$n$  = número de nudos susceptibles de desplazamiento

$c$  = número de recintos cerrados de la estructura, formado por 3 ó 4 barras.



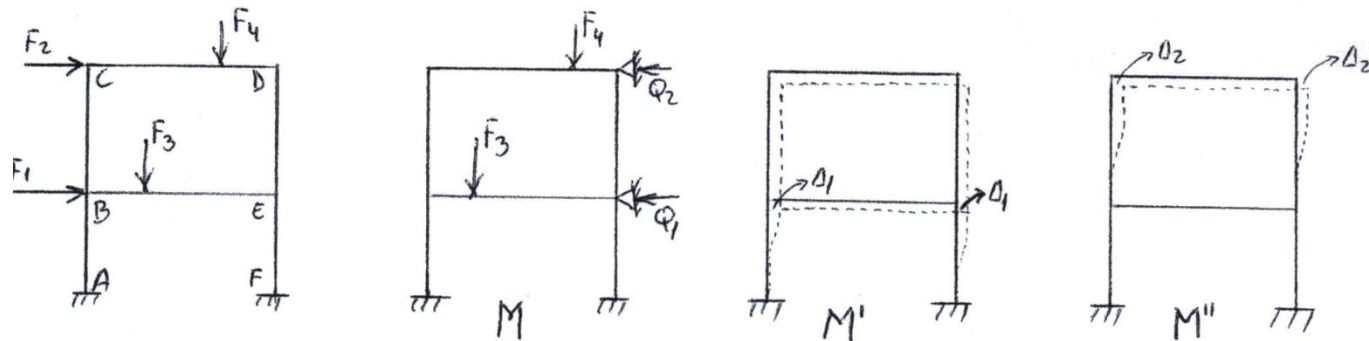
## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

El grado de desplazabilidad corresponde con el número de incógnitas del sistema, fijándose así el número de ecuaciones necesarias que corresponden al número de desplazamientos relativos a tener en cuenta.

Las causas que producen desplazamientos horizontales de los nudos, son originadas fundamentalmente por:

- deformaciones longitudinales de las barras por fluencia, por retracción o por variaciones térmicas
- fuerzas exteriores con componente horizontal: acción del viento, empuje del terreno, otras
- falta de simetría de la estructura o de las cargas.

El procedimiento a seguir parte de la superposición de los siguientes casos esquematizados en la figura:



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

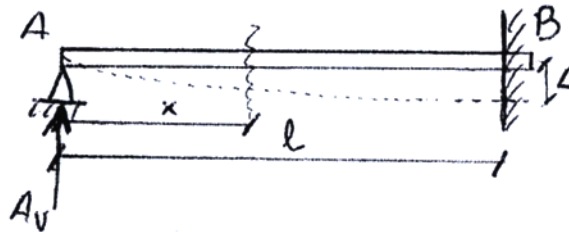
- a) Se fijan los nudos E y D, considerando el sistema intraslacional. Se desarrollan las etapas de reparto y de transporte, obteniéndose los momentos M, considerado el sistema sin desplazamiento. Con las cargas aplicadas y los momentos M obtenidos, se determinan las fuerzas horizontales en los niveles BE y CD. Por ejemplo, para BE será:

$$Q_i = Q_{BA} + Q_{BC} + Q_{EF} + Q_{ED} = \left[ Q_{BA}^0 + \left( -\frac{M_{BA} + M_{AB}}{l_{BA}} \right) \right] + \left[ Q_{BC}^0 + \left( -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{l_{BC}} \right) \right] + \left[ Q_{EF}^0 + \left( -\frac{M_{EF} + M_{FE}}{l_{EF}} \right) \right] + \left[ Q_{ED}^0 + \left( -\frac{M_{ED} + M_{DE}}{l_{ED}} \right) \right]$$

- b) Se libera uno de los apoyos ficticios, por ejemplo el inferior, admitiendo un desplazamiento relativo y arbitrario  $\Delta_1$ , con respecto al plano de apoyo fijo AF, sin que el nivel superior sufra desplazamiento con relación al inferior.

Al producir la traslación de los nudos B y E, equivale a admitir unos momentos iniciales de desplazamiento. Éstos momentos, de valor arbitrario, guardan relación con las condiciones de los elementos deformados en el sistema.

Así, partiendo de la viga AB, articulada en A y empotrada en B, si el empotramiento B “desciende” paralelamente a sí mismo, la magnitud “ $\Delta$ ”, y la viga tomaría la posición punteada de la figura.



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### Ecuación diferencial de la curva elástica

$$\left. \begin{array}{l} EI y'' = M_x \\ M_x = A_v x \end{array} \right\} A_v x = E \cdot I \cdot y''$$

Integrando:  $E \cdot I \cdot y' = A_v \frac{x^2}{2} + C_1$  Para  $x=l \rightarrow y'=0 \Rightarrow C_1 = -\frac{A_v l^2}{2}$

$$EI y' = A_v \frac{x^2}{2} - \frac{A_v l^2}{2}$$

Integrando:  $E \cdot I \cdot y = A_v \frac{x^3}{6} - \frac{A_v l^2}{2} x + C_2$  Para  $x=0, y=0 \Rightarrow C_2=0$

Para  $x=l, y=\Delta \Rightarrow$

$$\Rightarrow EI \Delta = \frac{A_v \cdot l^3}{6} - \frac{A_v \cdot l^3}{2} \Rightarrow EI \Delta = -\frac{A_v \cdot l^3}{3}$$

Por otro lado,  $M_B = A_v l$ . Sustituyendo:  $EI \Delta = -\frac{M_B \cdot l^2}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left[ -M_B = \frac{3EI \Delta}{l^2} \right] \rightarrow \Delta = -\frac{M_B l^2}{3EI} = -\frac{M_B l}{3EK} \quad \text{con } K = \frac{I}{l}$$

Si los extremos A y B fueran empotramientos:

$$-M_B = \frac{6EI \Delta}{l^2} \quad \Delta = -\frac{M_B l^2}{6EI} = -\frac{M_B l}{6EK}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Con estos momentos arbitrarios de desplazamiento, después de repartir y transportar, se obtienen los momentos  $M'$ . A partir de estos últimos momentos, se determinan las cortantes horizontales en los niveles BE y CD, como en el caso anterior. En esta ocasión no existe cortante isostática, al no haber cargas aplicadas y sólo existir momentos de desplazamientos en los extremos.

$$Q_1' = Q_{BA}' + Q_{BC}' + Q_{EF}' + Q_{ED}' = \left(-\frac{M_{BA}' + M_{AB}'}{l_{AB}}\right) + \left(-\frac{M_{BC}' + M_{CB}'}{l_{BC}}\right) + \left(-\frac{M_{EF}' + M_{FE}'}{l_{EF}}\right) + \left(-\frac{M_{ED}' + M_{DE}'}{l_{ED}}\right)$$

- c) A continuación se libera el otro apoyo ficticio (superior), suponiendo un desplazamiento relativo arbitrario  $\Delta_2$ , se obtienen los momentos  $M''$ , y con estos las cortantes  $Q''_1$  del nivel BE, y  $Q''_2$  en el nivel CD.
- d) El equilibrio del sistema exige plantear las ecuaciones según cada plano de desplazamiento, teniendo en cuenta la superposición de todas las fuerzas halladas en un mismo nivel. Para el ejemplo de la figura se tiene:

$$\text{- Nivel BE: } Q_1 + Q_1' K_1 + Q_1'' K_2 = 0$$

$$\text{- Nivel CD: } Q_2 + Q_2' K_1 + Q_2'' K_2 = 0$$

Estas ecuaciones representan para el caso en estudio, un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas,  $K_1$  y  $K_2$ , las cuales servirán para obtener los momentos finales.

- e) Para determinar los momentos totales, se deducen por superposición de los obtenidos en la primera etapa (momentos  $M$ ), con los obtenidos en cada una de las dos fases (momentos  $M'$  y  $M''$ ), multiplicados por los parámetros  $K_1$  y  $K_2$  respectivamente. El momento total se expresa por:

$$M_T = M + M' K_1 + M'' K_2$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### EJERCICIO 6

Analizar el pórtico simple cargado como muestra la figura, determinando los momentos en los nudos y dibujando el diagrama de momentos y de fuerzas cortantes. Dibújese también de forma esquemática, la línea elástica y la línea de tracciones.

Tómese  $I_H = 2 I_V$

En este ejemplo, al no estar cargadas las barras, no es necesario realizar los dos primeros pasos (etapas), pues no tenemos momentos iniciales.

Por otro lado, es evidente la existencia de desplazamiento debido a la fuerza horizontal de  $4T$ .

Como desconocemos el valor de los momentos causantes del desplazamiento  $\Delta$ , tomamos como valor arbitrario el siguiente

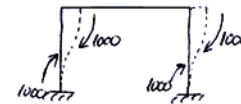
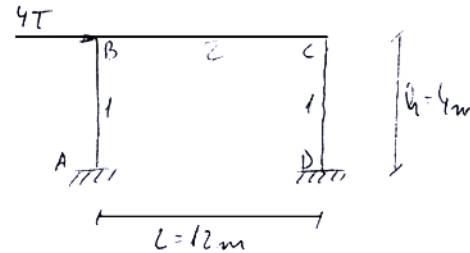
$M_{AB} = M_{BA} = M_{DC} = M_{CD} = 1000 \text{ m kg}$  una vez inmovilizados los nudos B y C

Coefficientes de rigidez y repartición:

$$K_{BA} = K_{CD} = \frac{1}{4} \quad K_{BC} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P_{BA} = P_{CD} = \frac{1/4}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = 0,6$$

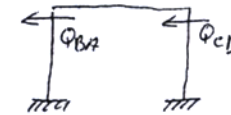
$$P_{BC} = \frac{1/6}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = 0,4$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

A	B		C		D
	BA	BC	CB	CD	
	0'6	0'4	0'4	0'6	
1000	1000 -600	-400	-400	1000 -600	1000
-300	120	-200 80	-200 80	120	-300
60	-24	40 -16	40 -16	-24	60
-12	5	-8 3	-8 3	5	-12
748	501	-501	-501	501	748

Fuerza cortante  $Q_i$  desarrollada en el nivel BC:



$$Q_i = Q_{BA} + Q_{CB} = \left( -\frac{501 + 748}{4} \right) + \left( \frac{501 + 748}{4} \right) = -624'5 \text{ Kg}$$

Planteamos la ecuación de equilibrio de fuerzas cortantes en el nivel BC:

- Fuerza cortante isostática:  $4000 \text{ Kg} \leftarrow \Rightarrow$  desplazamiento a la dcha.
- " " desarrollada por los momentos arbitrarios aplicados:  $624'5 \rightarrow$

$$\sum F_{c_{bc}} = 0 \Rightarrow -4000 + 624'5 K = 0 \Rightarrow K = +6'4$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Aplicando este factor de corrección a los momentos obtenidos anterior, obtendremos los momentos definitivos.

	A	BA	BC	CB	CD	D
$M_1$	748	501	-501	-501	501	748
$M_1 K$	4791	3209	-3209	-3209	3209	4791
	-	+	+	-	-	+

Como comprobación, vemos que el sumatorio de fuerzas cortantes en el nivel BC es cero:

$$\left. \begin{aligned}
 Q_{BA} &= -\frac{3209 + 4791}{4} = -2000 \text{ kg} \rightarrow \\
 Q_{CB} &= -\frac{3209 + 4791}{4} = -2000 \text{ kg} \rightarrow
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ 4000 \text{ kg} \end{array} \text{ que se opone a la reacción de la} \\
 & \text{fuera de 4000 exterior.}$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

- Diagrama de fuerzas cortantes:



$$Q_{BA} = -\frac{3209 + 4791}{4} = -2000 \text{ Kg} \rightarrow \neq \text{ Sentido contrario al ser negativo}$$

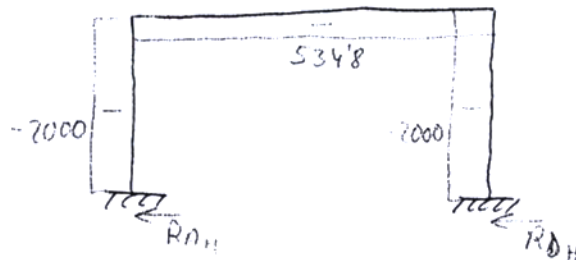
$$Q_{AB} = -\frac{4791 + 3209}{4} = -2000 \text{ Kg} \leftarrow \neq \text{ "}$$

$$Q_{DC} = -\frac{4791 + 3209}{4} = -2000 \text{ Kg} \leftarrow \neq \text{ "}$$

$$Q_{CD} = -\frac{3209 + 4791}{4} = -2000 \text{ Kg} \rightarrow \neq \text{ "}$$

$$Q_{BC} = -\frac{-3209 - 3209}{12} = 534'8 \text{ Kg} \downarrow \neq \text{ Sentido correcto al ser positivo}$$

$$Q_{CB} = -\frac{-3209 - 3209}{12} = 534'8 \text{ Kg} \uparrow \neq \text{ "}$$



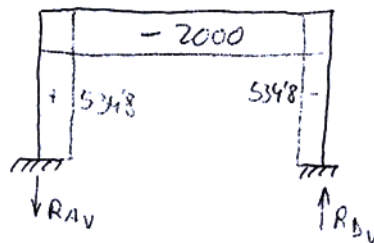
## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

- Diagrama de fuerzas normales:

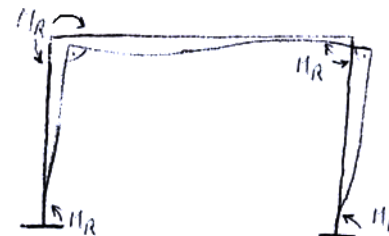
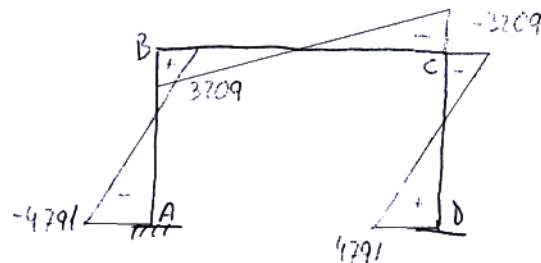
$$N_{BA} = Q_{BC} = 534'8 \text{ Kg} \downarrow$$

$$N_{CD} = Q_{CB} = 534'8 \text{ Kg} \uparrow$$

$$N_{BC} = Q_{BA} + Q_{BC} = 4000 + 2000 = 2000 \text{ Kg} \quad (N_{CB} = Q_{CD} = 2000 \text{ Kg})$$



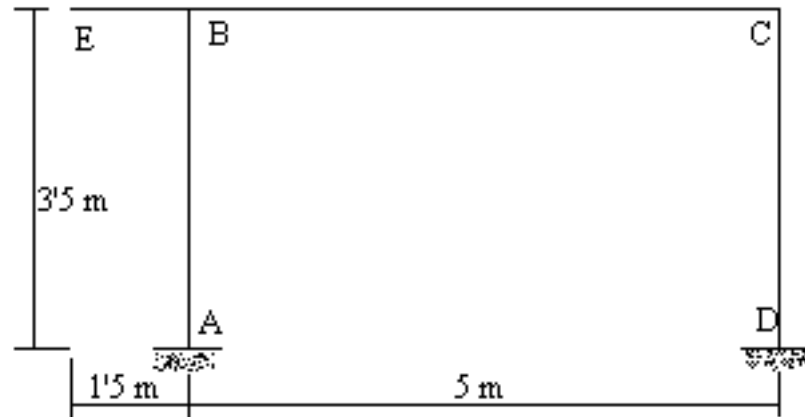
- Diagrama de momentos flectores:



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### EJERCICIO 7

Analizar el pórtico de la figura y dibujar los diagramas de cortantes, flectores, tracciones y curva elástica.



Datos de partida:

- considerar la misma sección transversal en los pilares (1), y la misma sección transversal en todo el dintel (1'45)
- modulaje entre pórticos de 4 metros
- peso propio para el dintel de 70 kg/m
- peso propio del forjado sobre el dintel de 150 kg/m<sup>2</sup>
- peso propio del pavimento sobre el forjado de 80 kg/m<sup>2</sup>
- sobrecarga de uso de 500 kg/m<sup>2</sup>
- sobrecarga en el borde frontal de la terraza de 200 kg/m
- sobre los nudos B y C apoya un pórtico que transmite unos esfuerzos verticales ya ponderados de 24 y 30 toneladas, respectivamente.

TODAS LAS ACCIONES SON CARACTERÍSTICAS

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

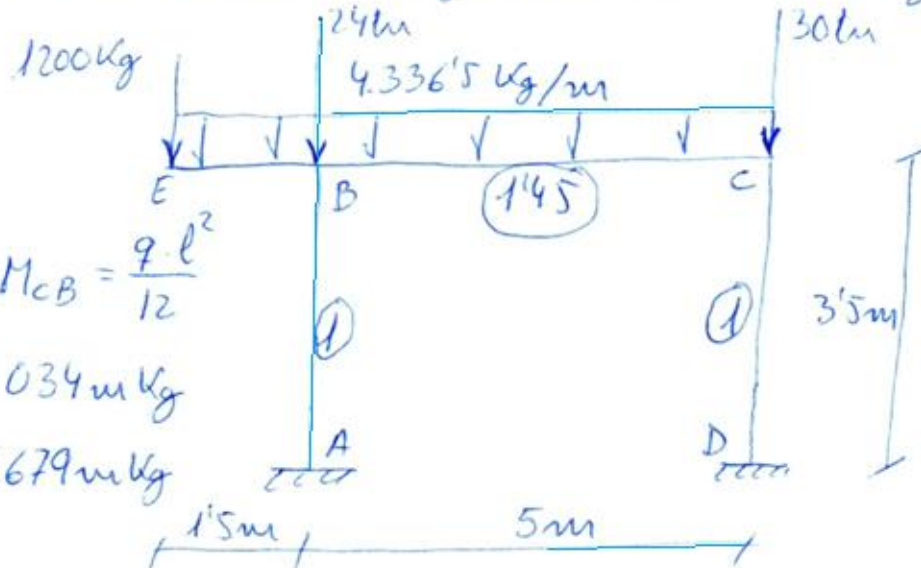
$$P.P. \text{ dintel} : 70 \text{ Kg/m} \cdot 1'35 = 94'5 \text{ Kg/m}$$

$$P.P. \text{ forjado} : 150 \text{ Kg/m}^2 \cdot 4 \text{ m} \cdot 1'35 = 810 \text{ Kg/m}$$

$$P.P. \text{ pavim.} : 80 \text{ Kg/m}^2 \cdot 4 \text{ m} \cdot 1'35 = 432 \text{ Kg/m}$$

$$S. \text{ uso} : 500 \text{ Kg/m}^2 \cdot 4 \text{ m} \cdot 1'5 = 3000 \text{ Kg/m}$$

$$S. \text{ borde tenaza} : 200 \text{ Kg/m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 1'5 = 1200 \text{ Kg}$$



$$M_{BC} = -M_{CB} = \frac{q \cdot l^2}{12}$$

$$M_{BC} = 9.034 \text{ mKg}$$

$$M_{BE} = -6679 \text{ mKg}$$

$$K_{BA} = K_{CD} = \frac{1}{3'5}$$

$$K_{BC} = \frac{1'45}{5} \quad K_{BE} = \frac{1'45}{\infty} = 0$$

$$P_{BA} = \frac{1/3'5}{\frac{1}{3'5} + \frac{1'45}{5}} = 0'496$$

$$P_{BC} = \frac{1'45/5}{\frac{1'45}{5} + \frac{1}{3'5}} = 0'504$$

$$P_{CB} = 0'504 \quad P_{CD} = 0'496$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

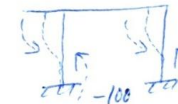
	A	B			C		D
		BA	BE	BC	CB	CD	
P		0'496		0'504	0'504	0'496	
M <sub>0</sub>			-6679	9034	-9034		
1R		-1168		-1187	4553	4481	
1T	-584			2276	-593		2240
2R		-1129		-1147	299	294	
2T	-565			150	-574		147
3R		-74		-76	289	285	
3T	-37			144	-38		142
4R		-71		-73	19	19	
4T	-36			10	-37		10
5R		-5		-5	19	18	
5T	-2			9	-2		9
6R		-4		-5	1	1	
M <sub>1</sub>	-1224	-2451	-6679	9130	-5098	5098	2548
M <sub>0</sub>	-100	-100				-100	-100
1R		49		51	51	49	
1T	24			25	25		24
2R		-12		-13	-13	-12	
2T	-6			-7	-7		-6
3R		3		4	4	3	
M <sub>2</sub>	-82	-60	0	60	60	-60	-82
M <sub>2K</sub>	-1146'36	-838'8	0	838'8	838'8	-838'8	-1146'36
M <sub>T</sub>	-2370	-3290	-6679	9969	-4260	4260	1402

$$Q_{BA} = \left( -\frac{-2451 - 1224}{3'5} \right) = 1050 \text{ kg} \leftarrow$$

$$Q_{CD} = \left( -\frac{5098 + 2548}{3'5} \right) = 2184'57 \text{ kg} \rightarrow$$

$$Q = 1134'57 \text{ kg} \rightarrow$$

Desplaza a la izquierda.



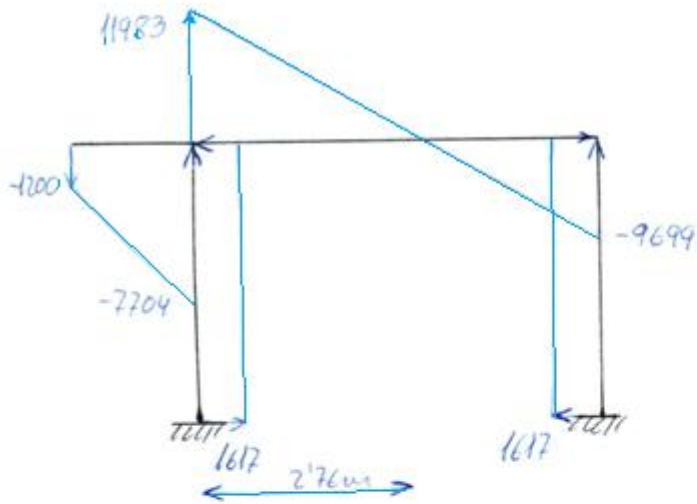
$$Q'_{BA} = \left( -\frac{-60 - 82}{3'5} \right) = 40'57 \text{ kg} \leftarrow$$

$$Q' = 81'14 \text{ kg} \leftarrow$$

$$1134'57 - 81'14 \text{ kg} = 0$$

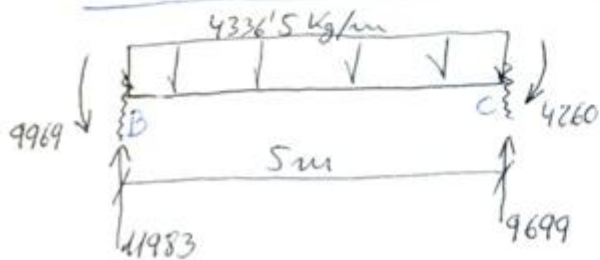
$$K = 13'98$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



$$11983 - 4336.5x = 0$$

$$x = 2.76 \text{ m}$$



$$Q_{AB} = \left( -\frac{-2370 - 3290}{3.5} \right) = 1617.14 \text{ kg} \rightarrow$$

$$Q_{BA} = \left( -\frac{-3290 - 2370}{3.5} \right) = 1617.14 \text{ kg} \leftarrow$$

$$Q_{BE} = 7704.75 \text{ kg} \uparrow$$

$$Q_{BC} = 10841.25 + \left( -\frac{9969 + 4260}{5} \right) = 11983.05 \text{ kg} \uparrow$$

$$Q_{CB} = 10841.25 + \left( -\frac{-4260 + 9969}{5} \right) = 9699.45 \text{ kg} \uparrow$$

$$Q_{CD} = \left( -\frac{4260 + 1402}{3.5} \right) = 1617.71 \text{ kg} \rightarrow$$

$$Q_{DC} = \left( -\frac{1402 + 4260}{3.5} \right) = 1617.71 \text{ kg} \leftarrow$$

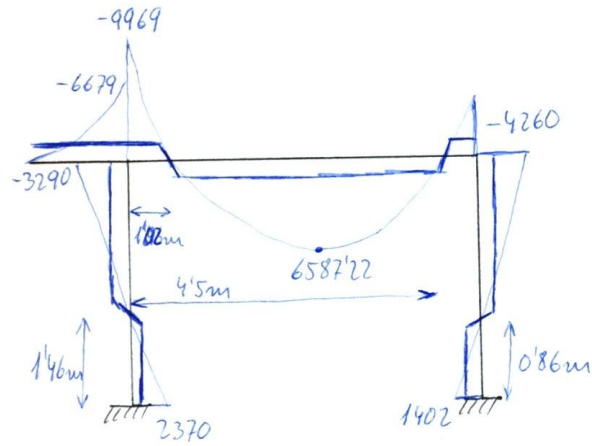
$$M_x = 11983x - 9969 - 4336.5 \frac{x^2}{2} = -2165.25x^2 + 11983x - 9969$$

$$M_x = 0 \Rightarrow x = \frac{-11983 \pm \sqrt{11983^2 - 4(-2165.25)(-9969)}}{-4336.5} = \begin{cases} 1.02 \text{ m} \\ 4.5 \text{ m} \end{cases}$$

$$M_{x=2.76} = 6.587.22 \text{ m kg}$$

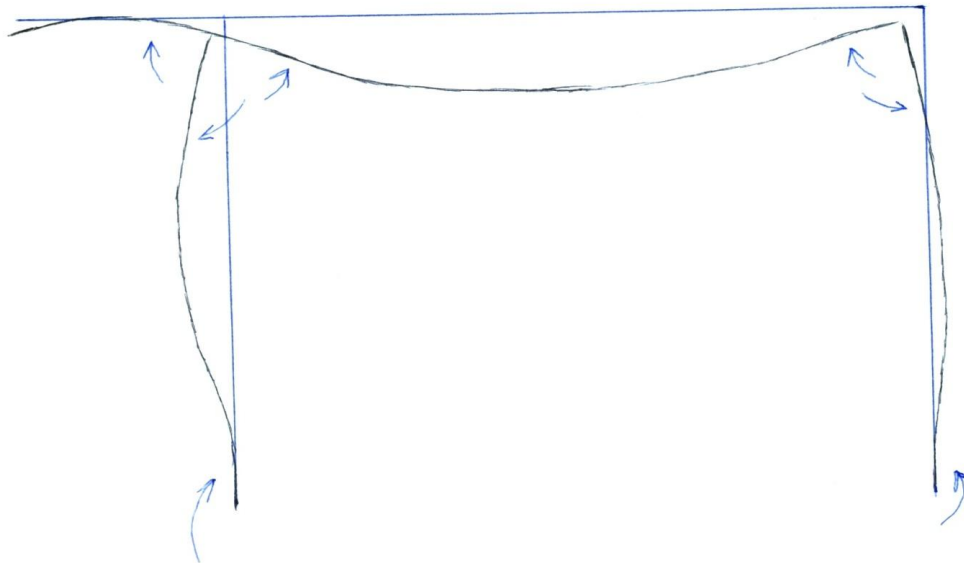


## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



$$-1617y_1 + 2370 = 0 \Rightarrow y_1 = 1'46m$$

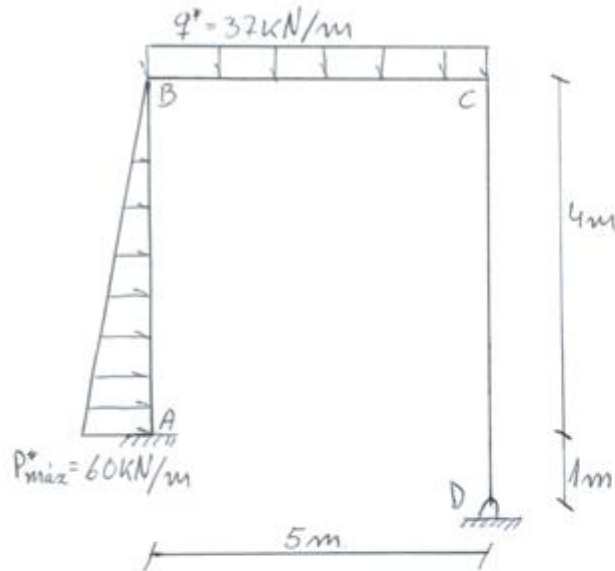
$$1617y_2 - 1402 = 0 \Rightarrow y_2 = 0'86m$$





## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### EJERCICIO 8



Dimensionar la estructura de la figura en acero S275, considerando que no hay arriostramiento entre pilares.

Solución:

Se estudia un predimensionamiento considerando longitudes canónicas de pandeo.



$$P_{\text{Total}} = \frac{1}{2} \cdot 60 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} = 120 \text{ kN}$$

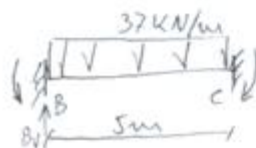
$$M_{AB} = \frac{P_{\text{T}} \cdot L}{10} = 48 \text{ m kN}$$

$$M_{BA} = \frac{P_{\text{T}} \cdot L}{15} = 32 \text{ m kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 32 - 4B_H + 120 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 - 48 = 0$$

$$B_H = 36 \text{ kN}$$

$$A_H = 84 \text{ kN}$$



$$M_{BC} = M_{CB} = \frac{q \cdot L^2}{12} = 77'083 \text{ m kN}$$

$$B_V = C_V = 92'5 \text{ kN}$$

$$M_{2'5m} = 92'5 \cdot 2'5 - 77'083 - 32 \cdot \frac{2'5^2}{2} = 38'542 \text{ m kN}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Estas son las solicitaciones a considerar en el predimensionado.

- Predimensionamiento:



$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot g_y}{N_{cr}}} \quad N_{cr} = \left(\frac{\pi}{L_k}\right)^2 E \cdot I$$

IPE 270:

$$A = 4590 \text{ mm}^2$$

$$W_{y2} = 429 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$I_y = 579 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{4.5000}\right)^2 21 \cdot 10^5 \cdot 579 \cdot 10^6 = 4.900.180,8 \text{ N} \rightarrow \bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{4590 \cdot 275}{N_{cr}}} = 0,5128 \rightarrow \text{curva "a"} \rightarrow X_g = 0,9196$$

Tensión en la pieza a esfuerzos combinados:

$$(6.51) \quad \frac{36 \cdot 10^3}{0,9196 \cdot 4590 \cdot \frac{275}{105}} + 1,01 \cdot \frac{0,5 \cdot 110 \cdot 10^6}{1 \cdot 429 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 0,5269 < 1$$

$$k_y = 1 + 0,6 \cdot 0,5128 \cdot \frac{36 \cdot 10^3}{0,9196 \cdot N_{c,Rd}} = 1,01$$

$$N_{c,Rd} = 4590 \cdot \frac{275}{105} = 1.202.142,9 \text{ N}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Tensión en la sección a esfuerzos combinados:

$$(6.11) \quad \frac{36 \cdot 10^3}{4590 \cdot \frac{275}{1'05}} + \frac{110 \cdot 10^6}{429 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1'05}} = 1'0089 \quad \text{Sirve (predimensionamiento)}$$

+ Pilar AB:



IPE 270

$$\text{Sección: (6.11)} \quad \frac{92'5 \cdot 10^3}{4590 \cdot \frac{275}{1'05}} + \frac{110 \cdot 10^6}{429 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1'05}} = 1'056 \quad (\text{sirve})$$

$$\text{Pierza: (6.51)} \quad \frac{92'5 \cdot 10^3}{0'947 \cdot 4590 \cdot \frac{275}{1'05}} + 1'02 \cdot \frac{0'4 \cdot 110 \cdot 10^6}{1 \cdot 429 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1'05}} = 0'4807 < 1$$

$$N_{cr,y} = \left( \frac{\pi}{1'4000} \right)^2 \cdot 2'1 \cdot 10^5 \cdot 57'9 \cdot 10^6 = 2'500'282'5 \text{ N} \rightarrow \tilde{\lambda}_y = \sqrt{\frac{4590 \cdot 275}{N_{cr,y}}} = 0'41$$

curva "a" }  $\chi_y = 0'947$

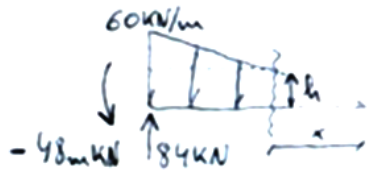
## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

$$K_y = 1 + 0.6 \cdot 0.41 \cdot \frac{92.5 \cdot 10^3}{0.947 \cdot N_{c,rd}} = \boxed{1.02}$$

$$N_{c,rd} = 4590 \cdot \frac{275}{105} = 1202142.9 \text{ N}$$

$$C_{m,y} = 0.1 - 0.8(-0.215) = \boxed{0.272} \Rightarrow C_{m,y} = 0.4$$

$$\alpha = \frac{23.693}{-110} = -0.215$$



$$\frac{60}{4\text{m}} = \frac{h}{x} \rightarrow h = 15x$$

$$Q_x = 0 \rightarrow 84 - \frac{1}{2}(4-x)(60+15x) = 0$$

$$84 - 120 + 2.5x^2 = 0$$

$$x = 2.19 \text{ m}$$

$$M_{x=2.19} = 84 \cdot 1.81 - 48 - 1.81 \cdot 15 \cdot 2.19 \cdot \frac{1.81}{2} - \frac{1}{2} \cdot 1.81(60 - 15 \cdot 2.19) \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.81$$

$$M_{x=2.19} = 20.581 \text{ m kN}$$

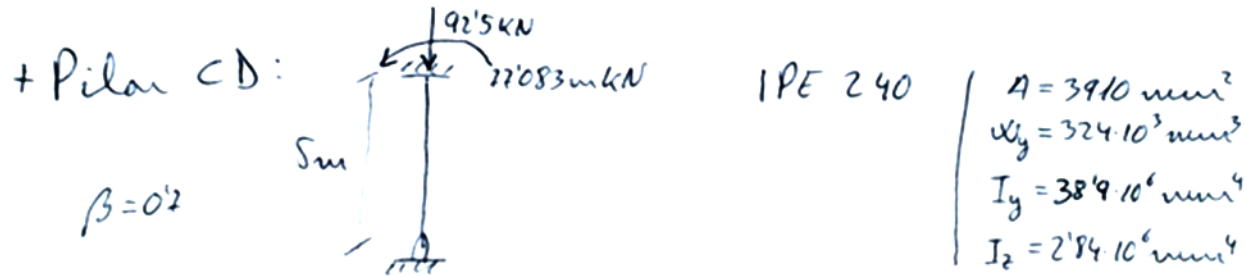
Comprobación a pandeo en Z:

$$N_{cr,z} = \left(\frac{\pi}{4000}\right)^2 \cdot 2.1 \cdot 10^5 \cdot 4.2 \cdot 10^6 = 544.062 \text{ N} \rightarrow \tilde{\lambda}_z = \sqrt{\frac{4590 \cdot 275}{N_{cr,z}}} = 1.52$$

curva "b" }  $\rightarrow \chi_z = 0.334$

$$N_{b,rd} = \chi_z \cdot A \cdot f_{yd} = 0.334 \cdot 4590 \cdot \frac{275}{105} = 401516 \text{ N} > N_{Ed} = 92500 \text{ N}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS



$$N_{crz} = \left( \frac{\pi}{0.7 \cdot 5000} \right)^2 2.1 \cdot 10^5 \cdot 2.84 \cdot 10^6 = 480.508.74 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{3910 \cdot 225}{N_{crz}}} = 1.5 \quad \left. \begin{array}{l} \text{curva "b"} \\ \chi_z = 0.34 \end{array} \right\} \rightarrow N_{b,Rd} = 0.34 \cdot 3910 \cdot \frac{225}{1.05} = 348.176.19 \text{ N} > N_{Ed} = 92500 \text{ N}$$

Sección:  $\frac{92500}{3910 \cdot \frac{225}{1.05}} + \frac{77.083 \cdot 10^6}{324 \cdot 10^3 \cdot \frac{225}{1.05}} = 0.998 > 1$  cumple.

Se va a considerar válido, ya que los momentos en sistemas continuos se redistribuyen.

— La relación de inercia quedaría:

$$\begin{array}{l} AB: 57.9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 - 1.5 \\ BC: 57.9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 - 1.5 \\ CD: 38.9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 - 1 \end{array} \parallel \parallel$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

— Análisis:

+ Coeficientes de rigidez:  $K_{BA} = \frac{1'5}{4} = \frac{3}{8}$

$$K_{BC} = \frac{1'5}{5} = \frac{3}{10}$$

$$K_{CD} = \frac{3}{4} \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

+ Coeficientes de reparto:

$$P_{BA} = \frac{3/8}{\frac{3}{8} + \frac{3}{10}} = \frac{5}{9}$$

$$P_{CB} = \frac{3/10}{\frac{3}{10} + \frac{3}{20}} = \frac{2}{3}$$

$$P_{BC} = \frac{3/10}{\frac{3}{10} + \frac{3}{8}} = \frac{4}{9}$$

$$P_{CD} = \frac{3/20}{\frac{3}{20} + \frac{3}{10}} = \frac{1}{3}$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

+ Momentos de empotramiento perfecto:

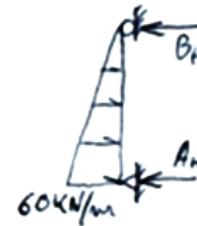
$$M_A = 48 \text{ m kN}$$

$$M_{BC} = 27'083 \text{ m kN}$$

$$M_{BA} = -32 \text{ m kN}$$

$$M_{CB} = -27'083 \text{ m kN}$$

	A	B		C		D
		BA	BC	CB	CD	
$P$		5/9	4/9	2/3	1/3	
$M_0$	48	-32	27'083	-27'083		
1R		-25'046	-20'032	51'388	25'695	
1T	-12'523		25'694	-10'018		
2R		-14'274	-11'42	6'679	3'339	
2T	-7'132		3'34	-5'71		
3R		-1'856	-1'484	3'807	1'903	
3T	-0'928		1'903	-0'242		
4R		-1'057	-0'846	0'495	0'247	
4T	-0'529		0'247	-0'423		
5R		-0'137	-0'11	0'282	0'141	
$M$	26'883	-74'37	74'37	-31'325	31'352	0



$$Q_T = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m} \cdot 60 \text{ kN/m} = 120 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$4B_H - 120 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 = 0$$

$$B_H = 40 \text{ kN}$$

$$A_H = 80 \text{ kN}$$

$$Q_{BA} = 40 + \left( -\frac{-24'32 + 26'883}{4} \right) = 51'884 \text{ kN}$$

$$Q_{CD} = \left( -\frac{31'352}{5} \right) = 6'27 \text{ kN}$$

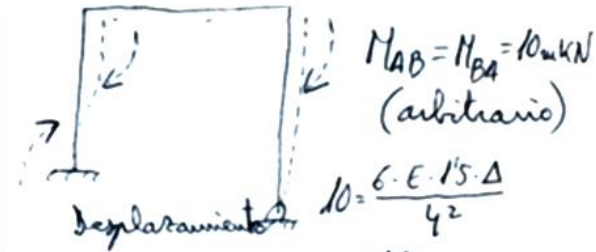
$$Q = 45'614 \text{ kN} \leftarrow$$

Luego desplaza hacia la derecha.



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

	A	B		C		D
		BA	BC	CB	CD	
P		5/9	4/9	2/3	1/3	
M <sub>0</sub>	10	10			2/33	
1R		-5'556	-4'444	-1'422	-0'711	
1T	-2'728		-0'711	-2'222		
2R		0'395	0'316	1'481	0'741	
2T	0'497		0'74	0'458		
3R		-0'411	-0'329	-0'105	-0'053	
3T	-0'206		-0'053	-0'165		
4R		0'03	0'023	0'11	0'055	
M'	7'213	4'458	-4'458	-2'165	2'165	0
M'K	98'183	60'682	-60'682	-29'47	29'47	0
M+M'K	125'066	-13'688	13'688	-60'795	60'795	0



$$M_{AB} = M_{BA} = 10 \text{ mKN} \text{ (arbitrario)}$$

$$10 = \frac{6 \cdot E \cdot 15 \cdot \Delta}{4^2}$$

$$\Delta = \frac{160}{9E}$$

$$M_{CD} = \frac{3E \cdot 1 \cdot \frac{160}{9E}}{5^2} = 2'133 \text{ mKN}$$

$$Q'_{BA} = \left( -\frac{4'458 + 7'213}{4} \right) = 2'918 \text{ KN}$$

$$Q'_{CD} = \left( -\frac{2'165}{5} \right) = 0'433 \text{ KN}$$

$$\boxed{Q' = 3'351 \text{ KN}}$$

$$Q + Q'K = 0$$

$$45'614 - 3'351K = 0$$

$$\underline{\underline{K = 13'612}}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

- Fuerzas cortantes:

$$Q_A = 80 \text{ kN} + \left( -\frac{125'666 - 13'688}{4} \right) = 80 + 27'844 = 107'844 \text{ kN} \leftarrow$$

$$Q_{BA} = 40 \text{ kN} + \left( -\frac{13'688 + 125'066}{4} \right) = 40 - 27'844 = 12'156 \text{ kN} \leftarrow$$

$$Q_{BC} = 92'5 \text{ kN} + \left( -\frac{13'688 - 60'795}{5} \right) = 92'5 - 9'421 = 83'079 \text{ kN} \uparrow$$

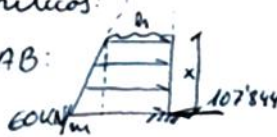
$$Q_{CB} = 92'5 \text{ kN} + \left( -\frac{60'795 + 13'688}{5} \right) = 92'5 + 9'421 = 101'921 \text{ kN} \uparrow$$

$$Q_{CD} = \left( -\frac{60'795}{5} \right) = 12'159 \text{ kN} \rightarrow$$

$$Q_D = \left( -\frac{60'795}{5} \right) = 12'159 \text{ kN} \leftarrow$$

Puntos críticos:

+ Tramo AB:



$$\frac{60 \text{ kN/m}}{4 \text{ m}} = \frac{b_1}{(4-x)} \Rightarrow b_1 = 60 - 15x$$

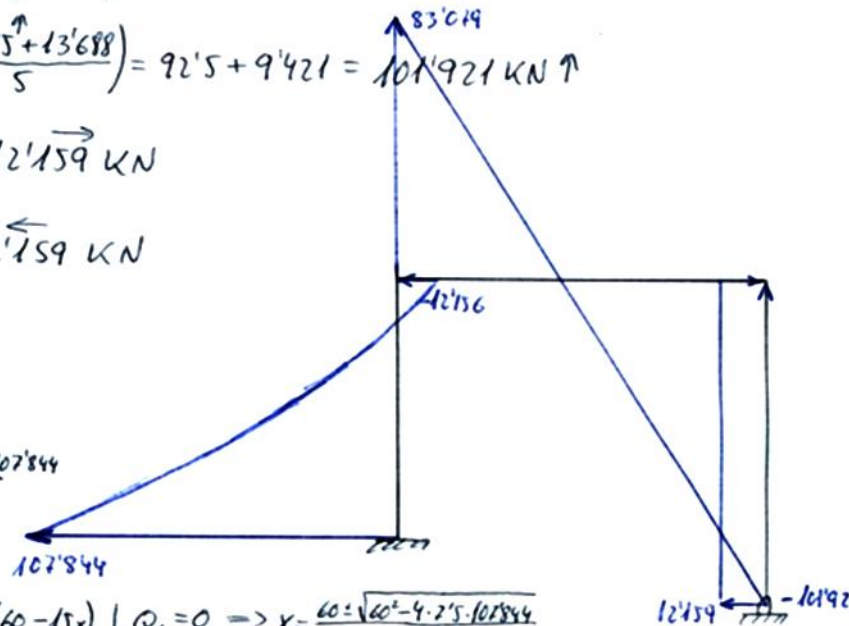
$$Q_x = 107'844 - \frac{1}{2}(60 - 20 + 15x)x - x(60 - 15x) \quad | \quad Q_x = 0 \Rightarrow x = \frac{60 \pm \sqrt{60^2 - 4 \cdot 7'5 \cdot 107'844}}{2 \cdot 7'5}$$

$$Q_x = 107'844 - 7'5x^2 - 60x + 15x^2$$

$$Q_x = 7'5x^2 - 60x + 107'844$$

$$x = \frac{5'223}{2'227} \text{ m}$$

+ Tramo BC:  $83'079 - 37x = 0 \rightarrow x = 2'245 \text{ m}$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

### - Momentos flectores:

Máximos intermedios:

+ Tramo AB:

$$M_x = 107'844x - 125'066 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times (200 - 200 + 15x) - \frac{1}{2} \times (x(60 - 15x))$$

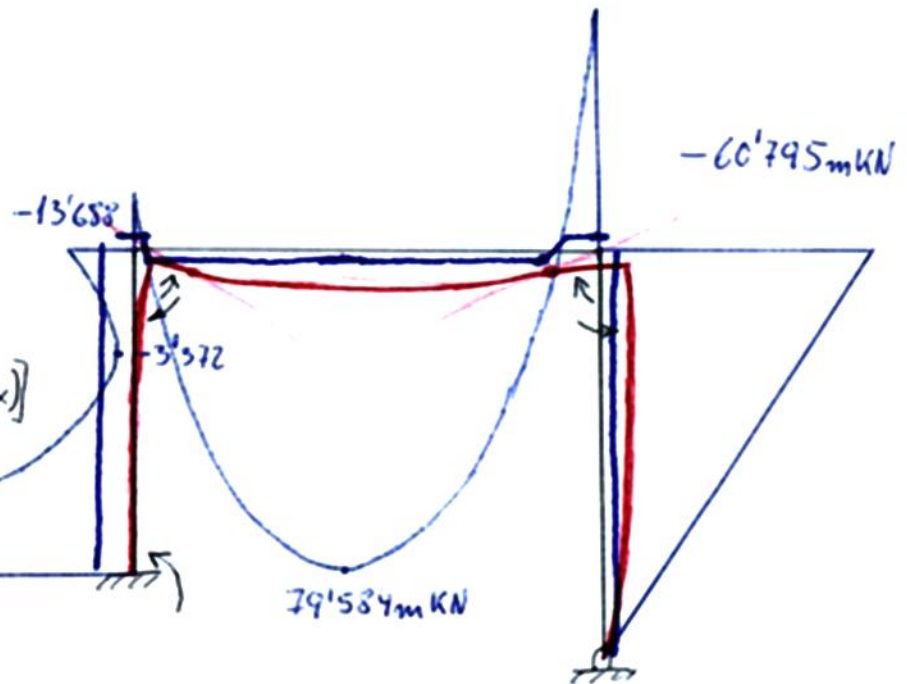
$$M_x = 107'844x - 125'066 - 5x^3 - 30x^2 + 7'5x^3$$

$$M_x = 2'5x^3 - 30x^2 + 107'844x - 125'066$$

$$M_x = 2'722 = -3'372 \text{ mKN}$$

No hay momento positivo.

$$-125'066 \text{ mKN}$$



+ Tramo BC:

$$M_x = 83'079x - 13'688 - 37 \frac{x^2}{2}$$

$$M_x = -18'5x^2 + 83'079x - 13'688$$

$$M_x = 2'245 \text{ m} = 79'584 \text{ mKN}$$

$$M_x = 0 \Rightarrow x = \frac{-83'079 \pm \sqrt{83'079^2 - 4(-18'5)(-13'688)}}{-37} \begin{cases} x_1 = 0'171 \text{ m} \\ x_2 = 4'319 \text{ m} \end{cases}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

- Dimensionamiento:

+ Pilar AB: Se comprueba si es válido el perfil IPE 270.

$$(6.11) \text{ Sección: } \frac{83079}{4590 \cdot \frac{275}{105}} + \frac{125'066 \cdot 10^6}{429 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 1'18 > 1 \text{ luego no sirve.}$$

$$\begin{aligned} \text{IPE 300: } & A = 5380 \text{ mm}^2 \\ & W_y = 557 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \\ & I_y = 83'6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \\ & I_z = 6'04 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Sección: (6.11)

$$\frac{83079}{5380 \cdot \frac{275}{105}} + \frac{125'066 \cdot 10^6}{557 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 0'916 < 1$$

$$\text{Pieza: } \eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{12}} = 0'279 / \eta_2 = \frac{K_c}{K_c} = 1$$

$$K_1 - K_2 = K_{11} = K_{21} = K_{22} = 0$$

$$K_c = K_{y \text{ pilar}} = \frac{E \cdot I_y}{L} = \frac{21 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6}{4000} = 4'389.000.000$$

$$K_{12} = K_{y \text{ dintel}} = \left(1 + 0'5 \frac{B_c}{B_a}\right) \frac{E \cdot I_y}{L} = \left(1 + 0'5 \frac{0'0173}{0'0034}\right) \frac{21 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6}{5000} = 1'129886154 \cdot 10^{10}$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

Rotación,  $\theta$ , considerando los extremos como empotramiento deslizable:

$$\theta = \frac{M \cdot L}{E \cdot I}$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{Articulado: } \theta = \frac{M L}{3 E I} \\ \text{Empotrado: } \theta = \frac{M L}{4 E I} \end{array} \right)$$

$$\theta_{BC} = \frac{13'688 \cdot 10^6 \cdot 5000}{2'1 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6} = 0'0039 \text{ rad}$$

$$\theta_{CB} = \frac{60'795 \cdot 10^6 \cdot 5000}{2'1 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6} = 0'0173 \text{ rad}$$

$$\beta_{yAB} = \frac{1 + 0'145(0'279 \cdot 1) - 0'265 \cdot 0'279 \cdot 1}{2 - 0'364(0'279 \cdot 1) - 0'247 \cdot 0'279 \cdot 1} = 0'666$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{5350 \cdot 275}{N_{cr}}} = 0'246$$

↓ "a"

$$\chi_y = 0'99$$

$$N_{cr,y} = \left( \frac{\pi}{0'666 \cdot 4000} \right)^2 \cdot 2'1 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6 = 24.415.008'32 \text{ N}$$

$$(6.51) \quad \frac{83079}{0'99 \cdot 5380 \cdot \frac{275}{105}} + 1'00 \cdot \frac{0'4 \cdot 125'066 \cdot 10^6}{1'557 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 0'4024 < 1$$

$$K_y = 1 \cdot 0'6 \cdot 0'246 \cdot \frac{83079}{0'99 \cdot N_{cr,y}} = 1$$

$$N_{c,rd} = 5380 \cdot \frac{275}{105} = 1409047'6 \text{ N}$$

$$C_{m,y} = 0'2 + 0'8 \cdot 0'0269 = 0'22 \rightarrow 0'4$$

$$\alpha = 0'0269$$

Comprobación de pandeo sobre el eje z:  $K_{c,z} = \frac{2'1 \cdot 10^5 \cdot 6'04 \cdot 10^6}{4000} = 3'171 \cdot 10^8$

$$\left. \begin{array}{l} \eta_1 = 0'075 \\ \eta_2 = 1 \end{array} \right\}$$

$$\beta_2 = 0'714 \rightarrow N_{c,z} = 1'534756'8 \text{ N} \rightarrow \bar{\lambda}_z = 0'981 \xrightarrow{\text{"b''}} \chi_z = 0'613$$

$$N_{b,rd} = 0'613 \cdot 5380 \cdot \frac{275}{105} = 863.746'2 \text{ N} > N_{Ed} = 83.079 \text{ N}$$

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

+ Dintel BC: Se comprueba el mismo perfil que AB.

IPE 300

$$(6.11) \text{ Sección: } \frac{12159}{5380 \cdot \frac{275}{105}} + \frac{79'584 \cdot 10^6}{557 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 0'554 < 1$$

$$(6.51) \text{ Piersa: } \frac{12159}{0'932 \cdot 5380 \cdot \frac{275}{105}} + 1'002 \frac{0'4 \cdot 79'584 \cdot 10^6}{1 \cdot 557 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 0'228 < 1$$

$$N_{c,y} = \left( \frac{\pi}{1 \cdot 5000} \right)^2 2'1 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6 = 6.930.831 \text{ N} \rightarrow \bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{5380 \cdot 275}{N_{c,y}}} = 0'46 \xrightarrow{\text{"a"}} \chi_y = 0'932$$

$\beta = 1$  (emp. dest.)

$$k_y = 1 + 0'6 \cdot 0'46 \cdot \frac{12159}{0'932 \cdot N_{c,Rd}} = 1'002$$

$$N_{c,Rd} = 1409.047'62 \text{ N}$$

$$C_{m,y} = 0'4$$

$$\alpha = \frac{79'584}{-60'795} = -1'309 < -1$$

$$\psi = \frac{-60'795}{-13'688} = 4'441 > 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha < -1 \\ \psi > 1 \end{array} \right\} \rightarrow C_{m,y} = 0'4$$

Sirve el perfil IPE 300 (vemos que sobra material)  
Cordón superior (ala) embelida en el forjado  $\Rightarrow$  No pandeo lateral.

## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

+ Pilar CD: Manteniendo la relación de inercia del análisis:

$$I_b = 83'6 \text{ — } 1'5 \quad \rightarrow \quad I_{cd} = 55'73 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 \xrightarrow{\text{tabla}} \text{el más próximo IPE 270 (57'9} \cdot 10^8 \text{ cm}^4)$$

$I_{cd} ? \text{ — } 1$

(6.11) Sección: 
$$\frac{101921}{4590 \cdot \frac{275}{105}} + \frac{60'795 \cdot 10^6}{429 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 0'625 < 1$$

(6.51) Pieza: 
$$\frac{101921}{0'95 \cdot 4590 \cdot \frac{275}{105}} + 1'021 \frac{0'6 \cdot 60'795 \cdot 10^6}{1 \cdot 429 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{105}} = 0'4207 < 1$$

$$N_{uy} = \left( \frac{\pi}{0'784 \cdot 5000} \right)^2 \cdot 2'4 \cdot 10^5 \cdot 57'9 \cdot 10^6 = 2.809.540'29 \text{ N}$$

$$\eta_1 = \frac{k_c}{k_c + k_{11}} = 0'3836$$

$$\eta_2 = \frac{k_c}{k_c} = 1$$

$$k_c = k_{cd} = \frac{2'1 \cdot 10^5 \cdot 57'9 \cdot 10^6}{5000} = 2.431.800.000$$

$$k_{11} = k_{cb} = 3.906.971.098$$

Relaciones con extremo:

articulado

$$\vartheta = \frac{ML}{3EI}$$

empotrado

$$\vartheta = \frac{ML}{4EI}$$

empotr. deslizado

$$\left( \vartheta = \frac{ML}{6EI} \right)$$



## 7.6.- PREDIMENSIONADO, ANÁLISIS Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

$$\theta_{BC} = \frac{13'688 \cdot 10^6 \cdot 5000}{2'1 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6} = 0'0039 \text{ rad} \quad \theta_{CB} = \frac{60'795 \cdot 10^6 \cdot 5000}{2'1 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6} = 0'0173 \text{ rad}$$

Se considera el caso sin compresión relevante:

$$K_{CB} = \left(1 + 0'5 \frac{\theta_{BC}}{\theta_{CB}}\right) \frac{E \cdot I}{L} = \left(1 + 0'5 \frac{0'0039}{0'0173}\right) \frac{2'1 \cdot 10^5 \cdot 83'6 \cdot 10^6}{5000} = 3'906971098 \cdot 10^9$$

$$\left. \begin{array}{l} \eta_1 = 0'3836 \\ \eta_2 = 1 \end{array} \right\} \beta = \frac{1 + 0'145 \cdot (0'3836 + 1) - 0'265 \cdot 0'3836 \cdot 1}{2 - 0'364 \cdot (0'3836 + 1) - 0'247 \cdot 0'3836} = 0'784$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{4590 \cdot 275}{N_{c,Rd}}} = 0'40 \xrightarrow{\text{"a"}} \chi_y = 0'95$$

$$K_y = 1 + 0'6 \cdot 0'40 \cdot \frac{101921}{0'95 \cdot N_{c,Rd}} = 1'021$$

$$N_{c,Rd} = 4590 \cdot \frac{275}{1'05} = 1202142'857 \text{ N}$$

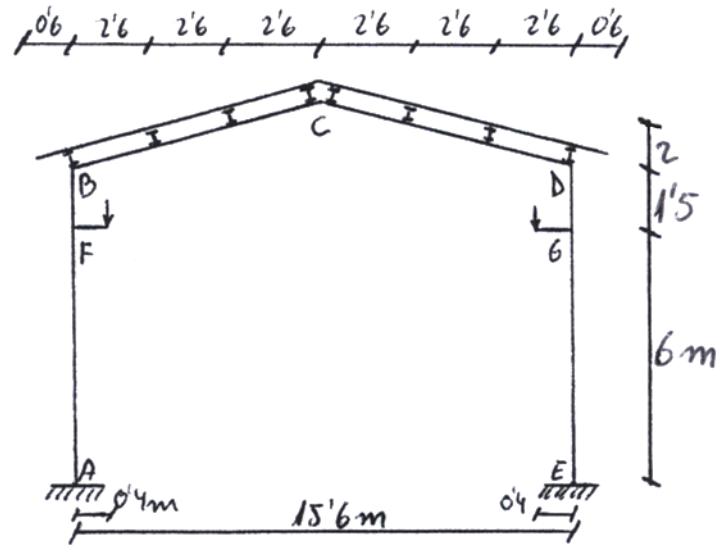
$$c_{m,y} = 0'6 + 0'4 \cdot 0 = 0'6$$

$$\psi = 0$$

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

El pórtico a dos aguas representado recibe las cargas de las correas situadas a 2'6 m, las que a su vez soportan una carga uniforme de una cubierta volada 60 cm en sus extremos, con un valor de 300 Kg/m<sup>2</sup> sobre su proyección horizontal.

El claro a cubrir es de 15'6 m y el modulaje entre pórticos considerado es de 5'5 m. Se considerará sección constante e igual en todo el pórtico.



Ambos soportes reciben por medio de ménsulas situadas a 6 m de altura, una carga de 5 t cada uno, a 40 cm de su eje, correspondientes a las concentraciones de un pequeño puente giga, en el que ha sido considerado un incremento por impacto.

Se considerará 0'5 t/m como valor del peso propio de la estructura resistente; y para el peso propio de las correas, 240 Kg/m para las interiores y 252 Kg/m para las exteriores.

Determinar las solicitaciones actuantes en dicho pórtico.

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

- Cargas sobre las correas:

+ Exteriores:  $P_1 = \left(0'6 + \frac{2'6}{2}\right) \cdot 5'5 \cdot 300 \text{ kg/m}^2 + 252 \text{ kg/m} \cdot 5'5 \text{ m} = 4'521 \text{ kg} = 4'521 \text{ t}$

+ Interiores:  $P_2 = 2'6 \cdot 5'5 \cdot 300 \text{ kg/m}^2 + 240 \text{ kg/m} \cdot 5'5 \text{ m} = 5'610 \text{ kg} = 5'61 \text{ t}$

- Momento en Fy G:  $M = 5 \text{ t} \cdot 0'4 \text{ m} = 2 \text{ mt}$

- Longitud de los dinteles BC y CD:  $\sqrt{7'8^2 + 2^2} = 8'05 \text{ m}$

Por tratarse de un sistema simétrico, cargado simétricamente, con analizar la mitad es suficiente.

Coef. de rigidez:

$$K_{OE} = K_{BA} = \frac{1}{2'5}$$

$$K_{BC} = K_{CD} = \frac{1}{8'05}$$

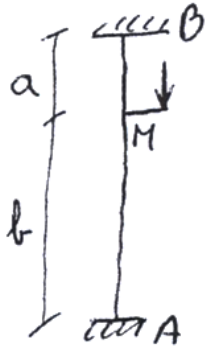
Coef. de repartición:

$$P_{BA} = \frac{1/2'5}{\frac{1}{2'5} + \frac{1}{8'05}} = 0'52$$

$$P_{BC} = \frac{1/8'05}{\frac{1}{8'05} + \frac{1}{2'5}} = 0'48$$

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

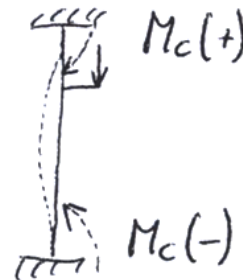
+ Pilar AB:



$$M_{BA} = \frac{M \cdot b}{L^2} (3a - L) = \frac{2 \cdot 6}{7.5^2} (3 \cdot 1.5 - 7.5) = -0.64 \text{ mt}$$

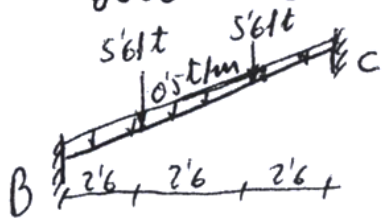
$$M_{AB} = \frac{M \cdot a}{L^2} (3b - L) = \frac{2 \cdot 1.5}{7.5^2} (3 \cdot 6 - 7.5) = 0.56 \text{ mt}$$

Luego la deformación es:



De esta tabla  
obtenemos los  
momentos de Cross  
con signo cambiado,  
momentos que favorece  
con la deformación.

+ Dintel BC:



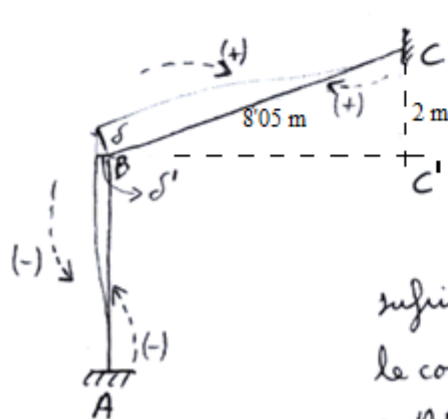
$$M_{BC} = -M_{CB} = \frac{2Pl}{9} + \frac{wl^2}{12} = \frac{2 \cdot 5.61 \cdot 7.8}{9} + \frac{0.5 \cdot 7.8^2}{12} = 12.26 \text{ mt}$$

Las cargas de B y C están aplicadas sobre los apoyos, por lo que no afectan a los momentos de empotramiento.

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

	A	B		C
		BA	BC	
P		0'52	0'48	
M <sub>0</sub>	-0'56	0'64	12'26	-12'26
1R		-6'71	-6'19	
1T	-3'35			-3'1
2R				
M	-3'91	-6'07	6'07	-15'36

Aunque se trate de un sistema simétrico, cargado simétricamente, va a tener desplazamiento, originado por el descenso del nudo C, que obliga a un desplazamiento horizontal de B y D.



$$\begin{aligned} \delta \perp BC \\ \delta' \perp CC' \end{aligned} \Rightarrow \frac{\delta}{8.05} = \frac{\delta'}{2}$$

Este desplazamiento origina momentos internos. Suponiendo un momento arbitrario en BC de +100, sufriendo el dintel un desplazamiento  $\delta$  perpendicular a BC, le corresponde en el pilar un desplazamiento  $\delta'$  perpendicular a AB.

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

$$M_{BC} = +100 \Rightarrow +100 = \frac{6EI\delta}{L_{BC}^2}$$

$$M_{AB} = \frac{6EI\delta'}{L_{AB}^2}$$

Dividiendo miembro a miembro y sustituyendo  $\delta = 4'025\delta'$

$$\frac{100}{M_{AB}} = \frac{6EI \cdot 4'025\delta' / 8'05^2}{6EI\delta' / 7'5^2} \Rightarrow M_{AB} = 28'62 \text{ mt}$$

	A	B		C
		BA	BC	
$\rho$		0'52	0'48	
$M_0$	-28'62	-28'62	100	100
1R		-37'12	-34'26	
1T	-18'56			-17'13
2R				
$M'$	-47'18	-65'74	65'74	82'87



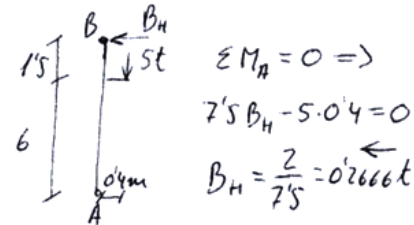
## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

- Cortantes:

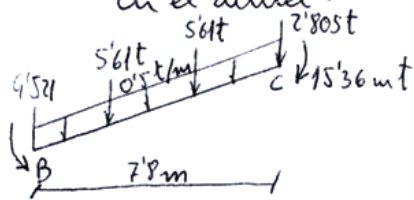
+ De acciones exteriores (momentos  $M$ ):

- En el pilar:  $Q_{BA} = Q_0 + \left( - \frac{M_{BA} + M_{AB}}{L_{AB}} \right)$

$$Q_{BA} = 0'2666 + \left( - \frac{-6'07 - 3'91}{7'5} \right) = 0'2666 + 1'33 = 1'597t$$



- En el dintel:

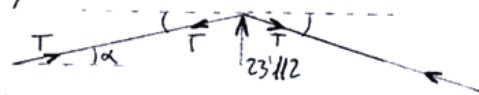


La inclinación del dintel origina una reacción horizontal en B, que determinaremos a partir de la vertical de C

Vertical de C:

$$\left. \begin{array}{l} - \text{Isostática: } 2'805 + 5'61 + 0'5 \cdot 3'9 = 10'365t \uparrow \\ - \text{Hiperestática: } \left( - \frac{6'07 - 15'36}{7'8} \right) = 1'191t \uparrow \end{array} \right\} C_V = 10'365 + 1'191 = 11'556t \uparrow$$

Esta reacción corresponde a la mitad del pórtico. La total será el doble:



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{7'8} \Rightarrow \alpha = 14'38^\circ$$

Resolviendo el cumbrero:

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow 23'112 - 2T \operatorname{sen} 14'38 = 0 \Rightarrow T = \frac{23'112}{2 \operatorname{sen} 14'38} = 46'52t$$

Esta tensión actúa también en B, para el equilibrio interno de BC, obteniendo su componente horizontal:

$$\vec{B}_H = 46'52 \cos 14'38 = 45'068t$$



## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

Se llega al mismo resultado dividiendo la reacción vertical de C entre la tangente del ángulo:

$$B_H = \frac{11'556}{\operatorname{tg} 14'38} = 45'068 t.$$

La cortante horizontal en B es:  $Q_B = 1'597 + 45'068 = \underline{\underline{43'471 t}}$

+ De momentos de desplazamiento ( $M'$ ):

- En el pilar:  $Q'_{BA} = \left( -\frac{M_{BA} + M_{AB}}{L_{BA}} \right) = -\frac{-65'74 + 47'18}{7'5} = +15'056 t$

- En la viga:  $Q'_{BC} = \left( -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{L_{BC}} \right) = -\frac{+65'74 + 82'87}{2} = -74'305 t$

La cortante horizontal en B es:  $Q'_B = 15'056 + 74'305 = \underline{\underline{89'361 t}}$

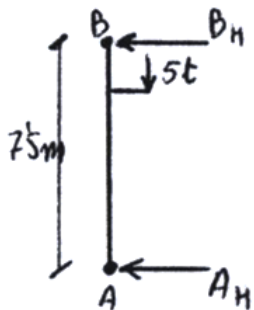
Para el equilibrio de fuerzas cortantes horizontales en B, tenemos:

$$-43'471 + 89'361 K = 0 \Rightarrow K = +0'486$$

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS

	A	BA	BC	C
M	-3'91	-6'07	6'07	-15'36
M'	-47'18	-65'74	65'74	82'87
M + M' K	-26'86	-38'05	38'05	24'95
	+	-	-	+

Fuerzas cortantes:



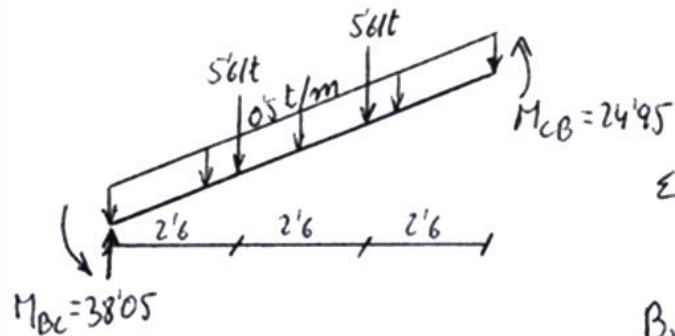
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 7.5 B_H - 5 \cdot 0.4 = 0 \Rightarrow B_H = 0.266 t$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 7.5 A_H + 5 \cdot 0.4 = 0 \Rightarrow A_H = -0.26 t$$

$$Q_{AB} = Q_0 + \left( - \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L_{AB}} \right) = 0.26 \overrightarrow{t} + \left( - \frac{-26.86 - 38.05}{7.5} \right) = 8.92 \overrightarrow{t}$$

$$Q_{BA} = 0.26 \overleftarrow{t} + \left( - \frac{-38.05 - 26.86}{7.5} \right) = 8.92 \overleftarrow{t}$$

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS



Reacciones verticales en BC:

$$\sum M_{CB} = 0 \Rightarrow 7.8 B_V - 5.61 \cdot 5.2 - 5.61 \cdot 2.6 - 0.5 \cdot 7.8 \cdot \frac{1.8}{2} - 38.05 - 24.95 = 0$$

$$B_V = 15.636 t$$

$$B_V = B_V^0 + \left( -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{L_{BC}} \right) = 7.56 + \left( -\frac{38.05 + 24.95}{7.8} \right) = 7.56 + 8.07 = 15.636 t \uparrow$$

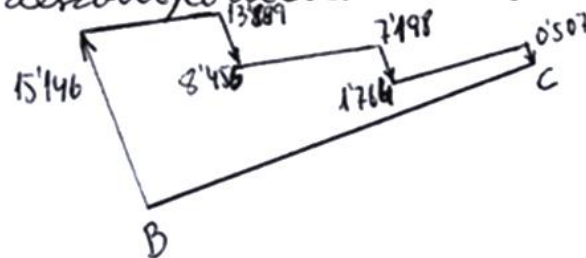
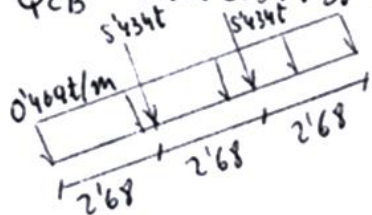
$$B_V^0 = 5.61 + \frac{0.5 \cdot 7.8}{2} = 7.56 t$$

$$C_V = 7.56 + 8.07 = 0.516 t \downarrow$$

Las cortantes a BC se obtienen descomponiendo las anteriores:

$$Q_{BC} = 15.636 \cos 14.38 = 15.146 t \uparrow$$

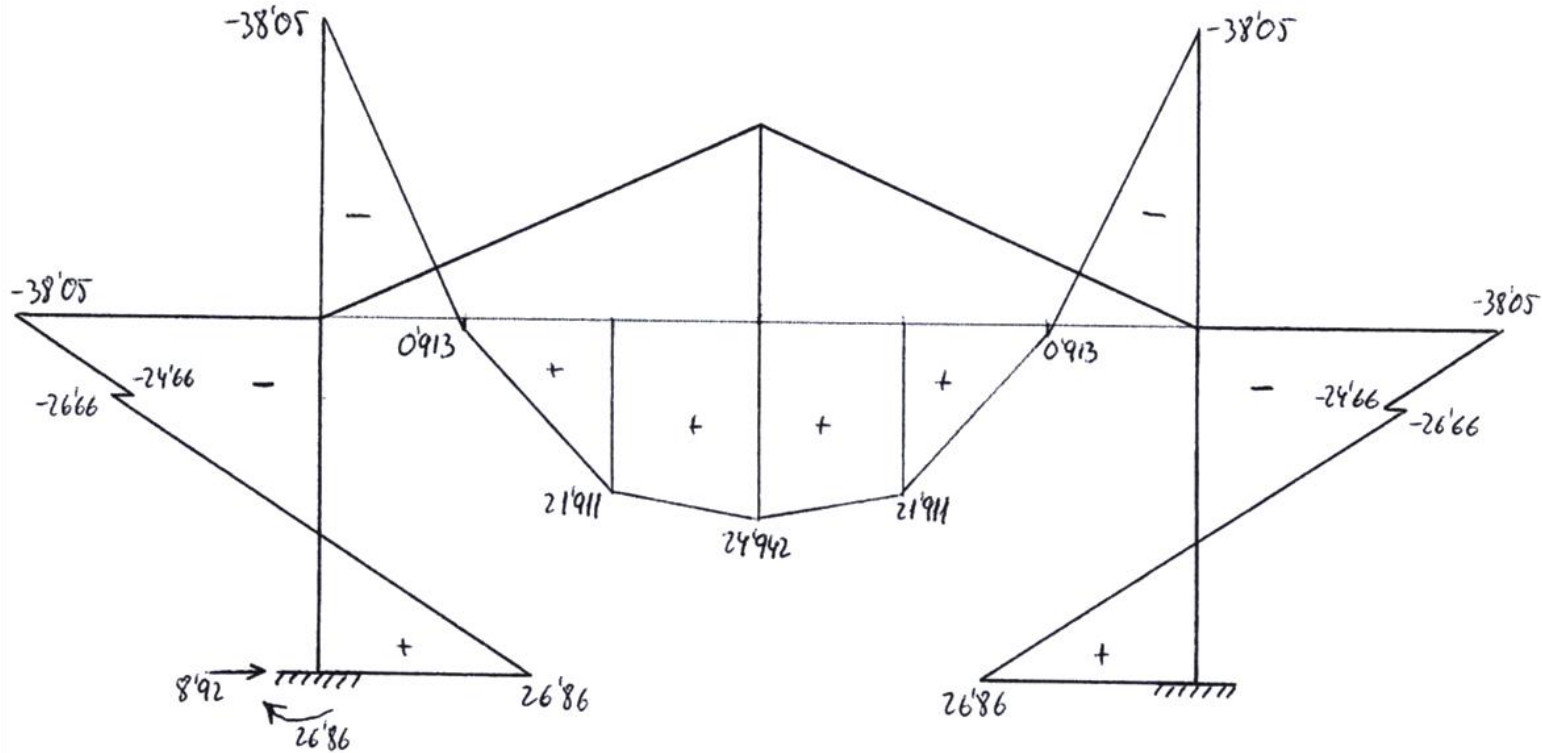
$$Q_{CB} = 0.516 \cos 14.38 = 0.499 t \downarrow$$



Reacción vertical en A:

$$A_V = 15.636 + 5 + 4.521 + 2.805 = 27.962 t \uparrow$$

## 7.7.- ANÁLISIS DE UN PÓRTICO A DOS AGUAS



Momentos intermedios:

$$\begin{aligned} 26'86 - 8'92 \cdot 6 &= -26'66 \text{ mt} \\ -26'66 + 0'4 \cdot 5 &= -24'66 \text{ mt} \\ -24'66 - 8'92 \cdot 1'5 &= -38'05 \text{ mt} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{en apoyos}$$

$$\begin{aligned} -38'05 + 15'636 \cdot 2'6 - 0'5 \cdot \frac{2'6^2}{2} &= 0'913 \text{ mt} \\ -38'05 + 15'636 \cdot 5'2 - 0'5 \cdot \frac{5'2^2}{2} - 5'61 \cdot 2'6 &= 21'911 \text{ mt} \\ -38'05 + 15'636 \cdot 7'8 - 0'5 \cdot \frac{7'8^2}{2} - 5'61 \cdot 5'2 - 5'61 \cdot 2'6 &= 24'942 \text{ mt} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{en dinteles}$$

$$26'86 - 8'92x = 0 \Rightarrow x = 3'01 \text{ m}$$

$$-38'05 + 15'636x - 0'25x^2 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow 60 \text{ m} \\ 2'536 \text{ m} \rightarrow \text{en proy. horiz.} \end{array} \right\}$$